

# 基于方差分量估计的高精度工业测量自由设站<sup>\* 1</sup>

周跃寅 潘国荣 郭巍  
(同济大学测绘与地理信息学院,上海 200092)

**摘要** 针对工业测量自由设站中先验精度不确定时各类观测量的定权问题,提出基于方差分量估计的定权方法,以高精度求解测站坐标。结合实验数据得到多余观测数多寡影响方差分量估计结果的稳定性和参数解算时定权准确与否影响参数评定可靠性的结论。相比传统采用先验精度定权解算测站坐标,该方法能够大幅提高坐标参数求解的可靠性。

**关键词** 工业测量; 方差分量估计; 自由设站; 验后中误差; 多余观测

**中图分类号**: P207 **文献标识码**: A

## FREE STATION ESTABLISHMENT WITH HIGH PRECISION IMS BASED ON VARIANCE COMPONENT ESTIMATION

Zhou Yueyin, Pan Guorong and Guo Wei

(College of Surveying and Geo-informatics, Tongji University, Shanghai 200092)

**Abstract** A method of weight determination to improve accuracy of calculating the station coordinate in free station establishment of industrial measurement, based on variance component estimation. The experimental results indicate that the amount of redundant observation influences the stability of the VCE results, and the accuracy of weight influences the reliability of the calculating parameters. Compared with traditional methods, the method can significantly increase the reliability of the calculating parameters.

**Key words**: industrial measurement systems; variance component estimation; free station establishment; posterior error; redundant observation

## 1 引言

测量数据处理中,要获得最优的参数估计,除需要建立正确的数学模型外,合理的随机模型也是不可或缺的。方差分量估计理论出现之前,人们通常采用根据观测值的先验精度定权方法来确定观测值的方差协方差阵,进而建立其随机模型,但实践证明这种方法在很多情况下不够精确。20世纪70年代之后逐渐出现了各种用验后的方法估计各类观测值

的方差,并由此定权<sup>[1-13]</sup>。

在实际应用中,由于采集的数据量有限,利用各种方差分量估计的算法来推算观测值方差都只能是近似的逼近,但多余观测数越少,近似效果越差,甚至出现估计出的方差或协方差为负的情况。为解决这类问题,文献[12]提出了在极大似然VCE模型中附加协方差阵的非负定约束条件,文献[13]提出了在最小二乘VCE模型中附加协方差阵的非负定约束条件。文献[14]将方差分量估计引入正则化解

\* 收稿日期:2013-07-11

基金项目:高等学校博士学科点专项基金(博导类)(20120072110049)

作者简介:周跃寅,男,1987年生,博士研究生,主要研究方向为工业测量数据融合处理。E-mail:ag-yue@163.com

法中,用于解决线性反演中观测权阵未知的情况。

本文将方差分量估计应用到高精度工业测量中,用以解决通过自由设站求解测站三维坐标问题,通过大量实验数据总结了方差分量估计在工业测量自由设站解算中的应用规律,研究了多余观测数的多寡对于方差分量估计对空间自由设站的影响。

## 2 方差分量估计

以间接平差为例,设  $\mathbf{L}$  为观测值向量,其权阵为  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{X}$  为待定参数,  $\mathbf{A}$  为观测系数阵,则误差方程

$$\mathbf{V} = \mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{L} \quad (1)$$

若观测值可分为  $m$  类,且观测值之间相互独立,则:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{V}_m \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_m \end{bmatrix}, \mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 \\ \mathbf{L}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{L}_m \end{bmatrix}, \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 & & 0 \\ & \mathbf{P}_2 & \\ 0 & & \ddots \\ & & & \mathbf{P}_m \end{bmatrix} \quad (2)$$

法方程为:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{X} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{L}, \mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \quad (3)$$

对应  $m$  类观测值:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_1 \\ \mathbf{N}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{N}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^T \mathbf{P}_1 \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_1^T \mathbf{P}_1 \mathbf{A}_2 & \cdots & \mathbf{A}_1^T \mathbf{P}_1 \mathbf{A}_m \\ \mathbf{A}_2^T \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2^T \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_2 & \cdots & \mathbf{A}_2^T \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_m^T \mathbf{P}_m \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_m^T \mathbf{P}_m \mathbf{A}_2 & \cdots & \mathbf{A}_m^T \mathbf{P}_m \mathbf{A}_m \end{bmatrix} \quad (4)$$

设  $\hat{\theta}$  为各类观测值估计解算的单位权中误差,有  $m$  个解,

$$\mathbf{S} \hat{\theta} = \mathbf{W}_\theta \quad (5)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} n_1 - 2tra_1 + tra_1^2 & tr(\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2) & \cdots & tr(\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_m) \\ & n_2 - 2tra_2 + tra_2^2 & \cdots & tr(\mathbf{a}_2 \mathbf{a}_m) \\ \text{对称} & & \ddots & \vdots \\ & & & n_m - 2tra_m + tra_m^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{a} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{N}$

$$\mathbf{W}_\theta = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^T \mathbf{P}_1 \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2^T \mathbf{P}_2 \mathbf{V}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{V}_m^T \mathbf{P}_m \mathbf{V}_m \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中,  $n_1, n_2, \dots, n_m$  为各类观测值的个数,  $\hat{\theta} = [\hat{\sigma}_{0_1}^2, \hat{\sigma}_{0_2}^2, \dots, \hat{\sigma}_{0_m}^2]^T$  为求得的各类观测值的单位权方差。在方差分量估计解算中,第一次解算的各观测值单位权方差并不相同,需要迭代运算,不断重新定权:

$$\hat{P}_i = \frac{c}{\hat{\sigma}_{0_i}^2 P_i^{-1}} \quad (8)$$

式中,  $c$  通常为  $\hat{\theta}$  中的某一个值。迭代直至解算出的各类单位权方差依概率相等为止。

## 3 工业测量空间自由设站

工业测量空间自由设站是通过测量仪器测量出测站点到  $n$  个已知点的斜距、水平角和竖直角,来反求出测站点在已知坐标系统中的三维坐标。设要求解的测站点坐标为  $(\hat{X}_{\text{stat}}, \hat{Y}_{\text{stat}}, \hat{Z}_{\text{stat}})^T$ , 各观测的已知点坐标为  $(X_i, Y_i, Z_i)^T, i = 1, 2, \dots, n$ 。三类误差模型

$$\begin{cases} L_{\text{sid}_i} + V_{\text{sid}_i} = \sqrt{(X_i - \hat{X}_{\text{stat}})^2 + (Y_i - \hat{Y}_{\text{stat}})^2 + (Z_i - \hat{Z}_{\text{stat}})^2} \\ L_{\text{HA}_i} + V_{\text{HA}_i} = \arctan \frac{Y_i - \hat{Y}_{\text{stat}}}{X_i - \hat{X}_{\text{stat}}} - \hat{A}_{\text{Azimuth}} \\ L_{\text{VA}_i} + V_{\text{VA}_i} = \arctan \frac{Z_i - \hat{Z}_{\text{stat}}}{\sqrt{(X_i - \hat{X}_{\text{stat}})^2 + (Y_i - \hat{Y}_{\text{stat}})^2}} \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $L_{\text{sid}_i}, L_{\text{HA}_i}, L_{\text{VA}_i}$  分别为各个斜距、水平角、竖直角观测值,  $V_{\text{sid}_i}, V_{\text{HA}_i}, V_{\text{VA}_i}$  为观测值的改正数,  $\hat{A}_{\text{Azimuth}}$  为测站水平角初始零方向参数。线性化公式为:

$$\begin{cases} V_{\text{sid}_i} = \frac{X_{\text{stat}_0} - X_i}{S_{0i}} \delta \hat{x} + \frac{Y_{\text{stat}_0} - Y_i}{S_{0i}} \delta \hat{y} + \frac{Z_{\text{stat}_0} - Z_i}{S_{0i}} \delta \hat{z} - l_{\text{sid}_i} \\ V_{\text{HA}_i} = -\frac{Y_{\text{stat}_0} - Y_i}{D_{0i}^2} \delta \hat{x} + \frac{X_{\text{stat}_0} - X_i}{D_{0i}^2} \delta \hat{y} - \delta \hat{a}_{\text{Azimuth}} - l_{\text{HA}_i} \\ V_{\text{VA}_i} = \frac{1}{D_{0i} (D_{0i}^2 + (Z_{\text{stat}_0} - Z_i)^2)} ((Z_{\text{stat}_0} - Z_i)(X_{\text{stat}_0} - X_i) \delta \hat{x} \\ + (Z_{\text{stat}_0} - Z_i)(Y_{\text{stat}_0} - Y_i) \delta \hat{y} - D_{0i}^2 \delta \hat{z}) - l_{\text{VA}_i} \end{cases} \quad (10)$$

其中,  $X_{\text{stat}_0}, Y_{\text{stat}_0}, Z_{\text{stat}_0}$  为测站坐标迭代时的近似值,  $D_{0i}$  为测站近似坐标到第  $i$  已知点在  $XOY$  平面投影的水平距离,  $S_{0i}$  为测站近似坐标到第  $i$  已知点的空间距离,  $\delta \hat{x}, \delta \hat{y}, \delta \hat{z}$  为测站点近似坐标的改正数,  $\delta \hat{a}_{\text{Azimuth}}$  为初始零方向方位角近似值改正数,  $l_{\text{sid}_i}, l_{\text{HA}_i}, l_{\text{VA}_i}$  分别为斜距、水平角和竖直角观测值的常数项:

$$\begin{cases} l_{\text{sid}_i} = L_{\text{sid}_i} - S_{0i} \\ l_{\text{HA}_i} = L_{\text{HA}_i} + A_{\text{Azimuth}_0} - A_{\text{Azimuth}_{\text{Cal}}} \\ l_{\text{VA}_i} = L_{\text{VA}_i} - \arctan \frac{Z_i - Z_{\text{stat}_0}}{D_{0i}} \end{cases} \quad (11)$$

其中,  $A_{\text{Azimuth}_0}$  为初始零方向方位角近似值,  $A_{\text{Azimuth}_{\text{Cal}}}$  =  $\arctan \frac{Y_{\text{stat}_0} - Y_i}{X_{\text{stat}_0} - X_i}$ , 两者的范围都在  $(0 \sim 360^\circ)$ , 初始权阵  $\mathbf{P}$  用仪器的先验值确定, 迭代解算时用式(8)求解, 利用式(10)线性化的误差方程和式(11)的常数项, 以及间接平差公式(3)求解参数改正数:

$$\mathbf{X} = (\delta \hat{x} \quad \delta \hat{y} \quad \delta \hat{z} \quad \delta \hat{a}_{\text{Azimuth}})^T \quad (12)$$

利用式(12)的改正数, 加上此次运算的各参数

初值作为下次迭代的初值,不断迭代至上述改正数小于某一足够小的常量为止,则认为解算结束,返回求解的测站坐标及初始零方向方位角,同时利用式(5)求得此次各类观测值的单位权中误差。

4 实验数据

4.1 取 7 个已知点进行方差分量估计定权

以空间自由设站定测站坐标为例,使用跟踪仪观测了已知坐标系中的 7 个点,同时获取了 7 个斜距观测值、水平角观测值和竖直角观测值(表 1)。

表 1 已知坐标系的 7 个三维坐标点(单位:m)  
Tab.1 7 Coordinate points in 3-dimention( unit: m)

点号	x	y	z
1	1.699 9	0.000 0	-0.399 5
2	4.224 1	0.642 9	0.586 5
3	2.011 5	1.036 3	-0.171 0
4	0.964 6	1.916 3	-0.578 3
5	1.070 3	2.387 0	0.513 5
6	-0.357 3	2.144 3	0.621 9
7	-1.373 4	-0.747 7	0.471 9

如果给定测站点的坐标,可以精确地模拟解算出测站点到各已知点的斜距、水平角和竖直角,再加上各类观测值应有的服从正态分布的误差,即可模拟现实中的观测量,假定给定的该坐标系下测站点坐标如表 2。

表 2 假定测站点精确坐标(单位:m)  
Tab.2 Accurate coordinate of assumed station( unit: m)

X	Y	Z
-0.259 620	-0.371 130	0.000 843

已知某跟踪仪在 10 m 内标称的测距精度为 15 μm,测角精度为 0.5",那么可以模拟出测距误差 Δ<sub>sid</sub> ~ N(0,(15 μm)<sup>2</sup>),水平角和竖直角在半测回的观测误差 Δ<sub>dir</sub> ~ N(0,(0.7")<sup>2</sup>),通过解算出的观测值加上上述的误差得到一组模拟观测值如表 3。

表 3 模拟观测值  
Tab.3 Simulated observation values

点号	斜距(m)	水平角(rad)	竖直角(rad)
1	2.034 129 0	0.000 007 931 3	1.768 904 493 6
2	4.634 095 7	0.035 228 265 4	1.444 076 246 6
3	2.677 381 4	0.367 603 062 8	1.635 027 023 3
4	2.658 273 1	0.892 209 200 2	1.790 423 357 2
5	3.104 650 3	0.934 328 473 4	1.404 912 758 4
6	2.592 803 6	1.422 425 482 7	1.328 913 030 2
7	1.266 554 7	3.280 452 188 0	1.189 724 357 1

如果将原始观测值中的斜距作为一类观测值,水平角和竖直角归为另一类观测值,由式(5)估计出这两个单位权方差分别表示为 σ<sup>2</sup><sub>0sid</sub>和 σ<sup>2</sup><sub>0dir</sub>,并不断迭代至各单位权方差近似相等为止,单位权方差的迭代过程计算如表 4。

表 4 单位权方差迭代过程(单位:s<sup>2</sup>)  
Tab.4 Iterative process of unit weight variance( unit: s<sup>2</sup>)

次数	1	2	.....	10
σ <sup>2</sup> <sub>0sid</sub>	1.406	0.809	.....	0.729
σ <sup>2</sup> <sub>0dir</sub>	0.798	0.740	.....	0.729

直至第十次满足  $\left| \frac{\hat{\sigma}_{0sid}^2}{\hat{\sigma}_{0dir}^2} - 1 \right| < 10^{-6}$  条件,迭代结束。可以解算出测距中误差 σ<sub>sid</sub> = 12.2 μm,测角中误差 σ<sub>dir</sub> = 0.85",测站坐标为 (-0.259 621 2 -0.371 128 6 -0.000 845 4)<sup>T</sup> m。可以看出,估计出的中误差还是和设计误差有所偏差,这是由于多余观测数有限的原因。为了进一步验证方差估计在工业测量自由设站中的实现,重复上述过程 1 000 次,即生成 1 000 次包含服从正态分布误差的原始观测量来进行迭代。

图 1(a)为 1 000 次实验中估计的测距中误差,图 1(b)为 1 000 次实验中估计的测角中误差,图 2 为以测距中误差作为 x 轴,测角中误差作为 y 轴的

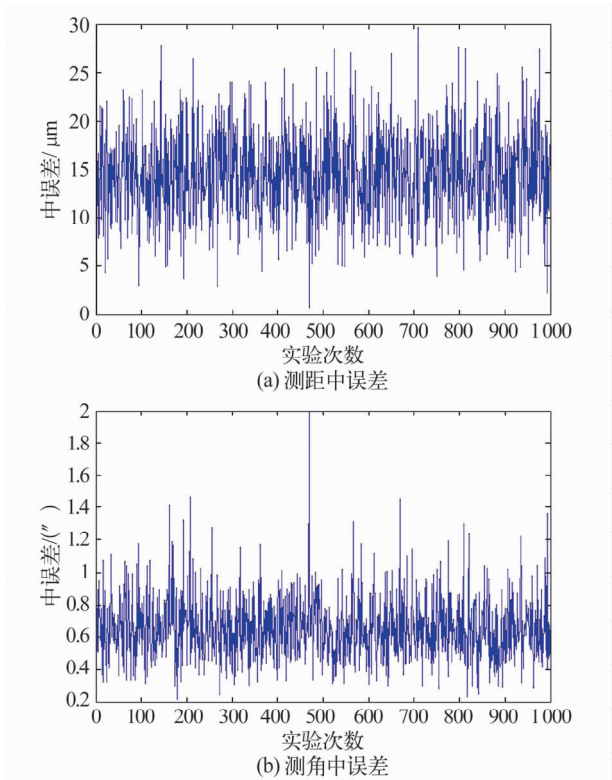


图 1 单位权中误差统计图  
Fig.1 Statistical graph of calculating unit weight mean error

1 000次实验的散点图,具体的统计数据如表 5。

这 1 000 次解算出的测站坐标与平均值的偏差如图 3。

从图 3 可以看出各向偏差基本都在 15 μm 以内。三个方向上的测站坐标标准中误差如表 6。

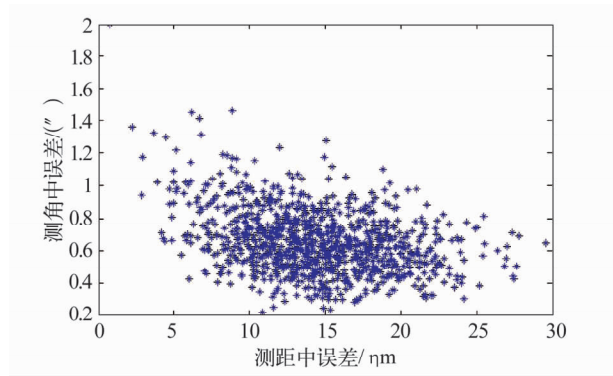


图 2 单位权中误差散点图

Fig. 2 Scatter diagram of calculating unit weight mean error

表 5 1 000 次方差估计解算结果

Tab. 5 Calculated results of variance for 1000 experiments

$\max/(\hat{\sigma}_{\text{sid}})/\min\hat{\sigma}_{\text{sid}}$	$\max/(\hat{\sigma}_{\text{dir}})/\min\hat{\sigma}_{\text{dir}}$	$\text{mean}(\hat{\sigma}_{\text{sid}})/(\mu\text{m})$	$\text{mean}(\hat{\sigma}_{\text{dir}})/(^{\circ})$
39.7	9.2	14.4	0.65
测站点平均三维坐标(m)			
<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>	
-0.259 620	-0.371 130	0.000 843	

表 6 1 000 次解算测站坐标各向标准中误差(单位: μm)

Tab. 6 Standard error of each direction in calculating station coordinate for 1 000 experiments( unit: μm)

<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>
5.2	3.2	2.8

#### 4.2 选取 4 个点进行方差分量估计定权

为了进一步验证多余观测对于方差估计的影响,模拟仅仅观测其中 4 个点,以同样的步骤进行 1 000次实验,得到的结果如图 4、图 5。

可以看到估计出的测距中误差和测角中误差的范围都比 7 个点的数据要大,对比图 5 和图 2,可以看出测距中误差比测角中误差更加离散,具体统计数据如表 7。

对比表 5 和表 6 可以看到方差分量估计出的测距中误差和测角中误差在多余观测数少的情况下越发不稳定,而且测距中误差的不稳定性更明显,造成这个结果的主要原因是因为在工业测量自由设站中,测角的观测值是测距观测值的两倍,相同观测点的情况下测角的多余观测值始终比测距的多余观测值多,但是平均的测距中误差和测角中误差变化不

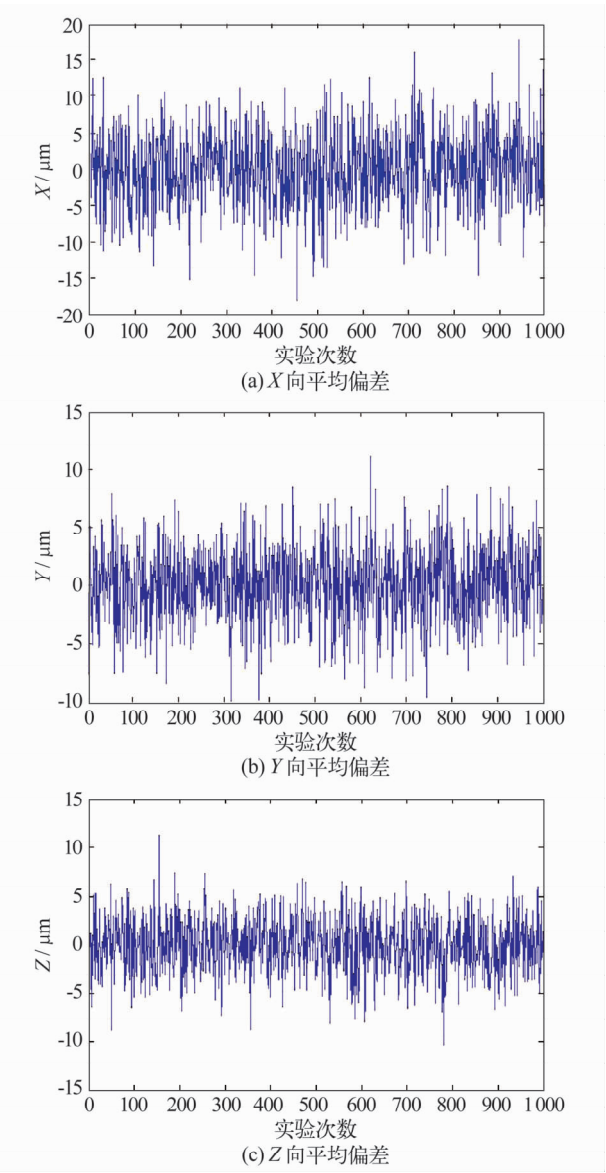


图 3 测站坐标偏差

Fig. 3 Deviation of station coordinate

表 7 1 000 次方差估计解算结果

Tab. 7 Calculated results of variance with 1 000 experiments

$\max/(\hat{\sigma}_{\text{sid}})/\min\hat{\sigma}_{\text{sid}}$	$\max/(\hat{\sigma}_{\text{dir}})/\min\hat{\sigma}_{\text{dir}}$	$\text{mean}(\hat{\sigma}_{\text{sid}})/(\mu\text{m})$	$\text{mean}(\hat{\sigma}_{\text{dir}})/(^{\circ})$
2 139.6	75.2	12.3	0.75
测站点平均三维坐标(m)			
<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>	
-0.259 620	-0.371 130	0.000 843	

是很大,比较接近设定的原始数据,而且平均的测站坐标都与原始给定的设计坐标在 μm 级上相同。同样可以得到这 1 000 次解算的测站坐标与平均值的偏差如图 6。

由图 6 可知,测站坐标与平均值的各向偏差最大可达到 90 μm,远大于图 3 中 7 个点解算的结果,

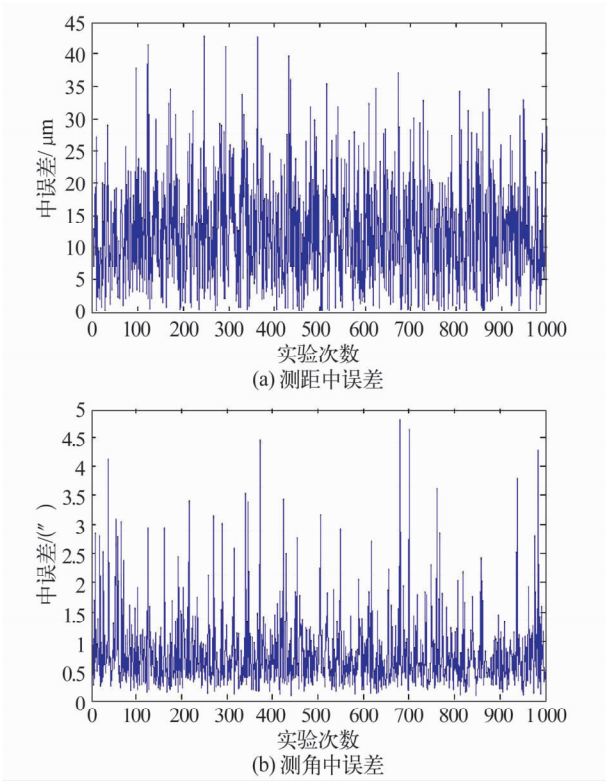


图4 单位权中误差统计

Fig.4 Statistical graph of calculating unit weight mean error

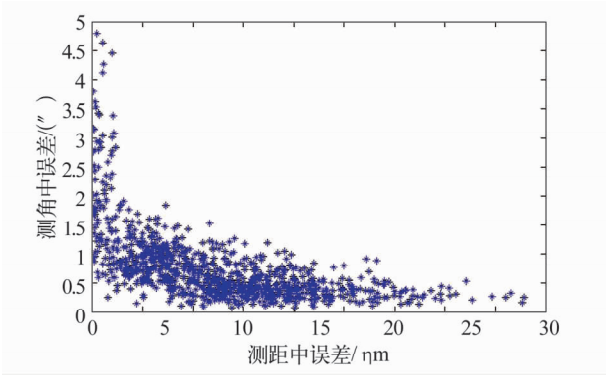


图5 单位权中误差散点图

Fig.5 Scatter diagram of calculating unit weight mean error

此时三个方向上的测站坐标标准中误差如表 8。

表 8 测站坐标各向标准中误差(单位:μm)

Tab.8 Standard error of each direction in calculating station coordinate( unit: μm)

X	Y	Z
12. 6	16. 1	8. 6

4.3 采用传统先验精度定权解算

在传统解算中,一般使用的仪器先验精度进行定权,但是如果仪器实际的测量精度与标称精度并不吻合,就会造成在平差时的随机模型不准确,为了对比研究其差异性,仍然使用含有相同误差精度的原始观测值,即  $\Delta_{sid} \sim N(0, (15 \mu m)^2)$ ,  $\Delta_{dir} \sim N(0,$

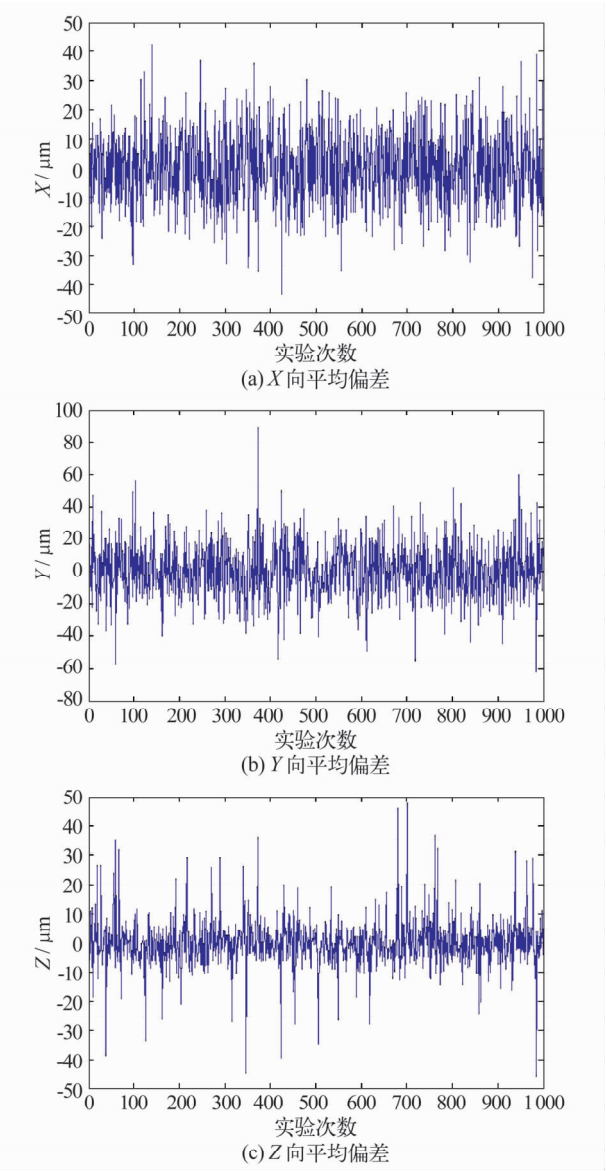


图6 测站坐标偏差

Fig.6 Deviation of station coordinate

$(0.7'')$ ),使用同样观测的 4 个已知点,而在定权时采取不同的先验精度定权,比如以测距中误差 3 μm 测角中误差 3.5"来进行定权,得到 1 000 次解算的测站坐标与平均值的偏差如图 7。三个方向上的测站坐标标准中误差如表 9。

表 9 不准确先验权解算测站坐标各向标准中误差(单位: μm)

Tab.9 Standard error of each direction station coordinate calculated with inaccurate prior weight( unit: μm)

X	Y	Z
12. 8	23. 0	48. 3

虽然与之前的实验数据对比,在 1 000 次解算的测站坐标均值仍然在 μm 级别上同原始设计坐标相同,但显然较表 8 中解算的测站标准中误差要大,即在特定的一次解算中测站坐标的可靠性要低。



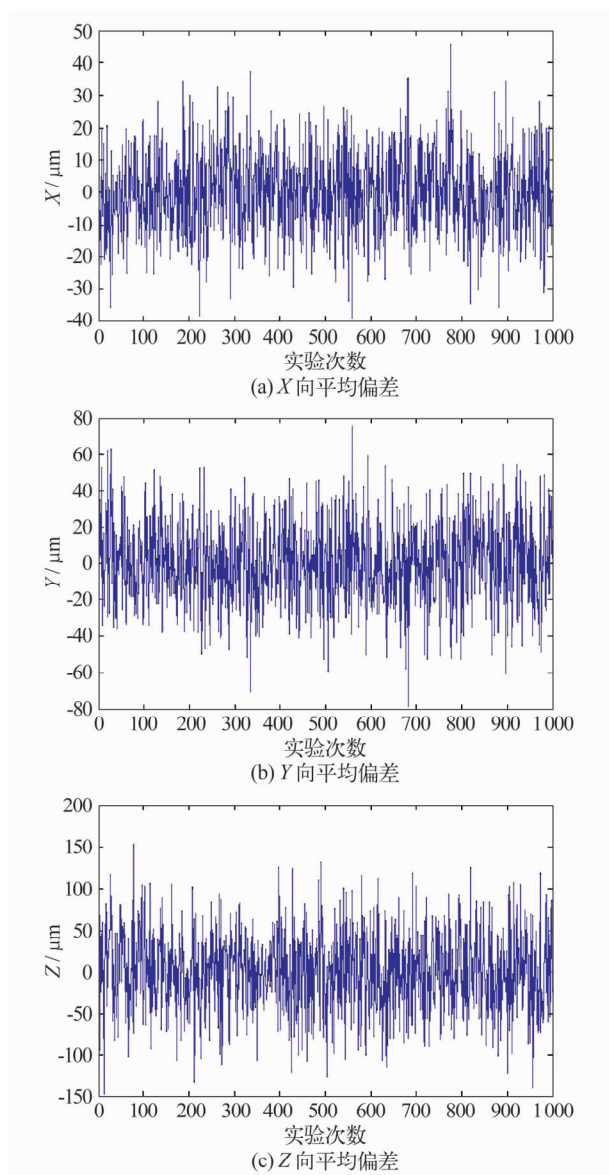


图7 不准确先验权解算结果偏差

Fig.7 Deviation of calculated station coordinate with inaccurate prior weight

## 5 结论

1) 方差分量估计的结果在一次解算中会受到有限观测数据的影响而具有随机性, 多余观测数越少则估计的结果越离散, 但估计的各类中误差的期望一般比较稳定;

2) 在高精度工业测量自由设站中, 将原始观测值分成两类的情况下, 减少观测的已知点个数, 测边中误差受其影响的离散程度比测角中误差大, 由于测角的多余观测比测边的多, 更进一步证实了多余观测数越多, 方差分量估计的结果越稳定;

3) 在高精度工业测量自由设站解算中, 各类观测值定权的准确与否严重影响着最终参数评定的可靠性;

4) 采用方差分量估计定权在处理含有多类观测值的平差问题时, 估计的各观测值精度与实际测量精度是吻合的, 因而相比传统的方法所采用的仪器标称精度定权更合理。

## 参考文献

- 1 崔希璋, 等. 广义测量平差(2版)[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2009. (Cui Xizhang, et al. Generalized surveying adjustment(2<sup>nd</sup> ed)[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2009)
- 2 Rao C. Linear statistical inference and its application[M]. John Wiley, New York, 1973.
- 3 Rao C. Estimation of variance and covariance components-minique theory[J]. Journal of Multivariate Analysis, 1971, (1): 257-275.
- 4 Koch K R. Parameters chaetung und Hypothesentests in Linearen Modellen[M]. Bonn: D mmlers, 1980.
- 5 Koch K R. Maximum likelihood estimate of variance components[J]. Bull Geod., 1986, 60:329-338.
- 6 李德仁, 袁孝孝. 误差处理与可靠性理论[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2002. (Li Deren and Yuan Xiuxiao. Error processing and reliability theory[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2002)
- 7 秦显平, 杨元喜. 抗差方差分量估计在卫星定轨中的应用[J]. 大地测量与地球动力学, 2003, (4): 40-43. (Qin Xianping and Yang Yuanxi. Application of robust variance component estimation to satellite orbit determination[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2003, (4): 40-43)
- 8 何海波, 杨元喜. GPS 观测值先验方差-协方差阵实时估计[J]. 测绘学报, 2001, 30(1): 42-47. (He Haibo and Yang Yuanxi. Real-time estimation of a prior variance-covariance for GPS observation[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2001, 30(1): 42-47)
- 9 郭海荣, 等. 导航卫星原子钟 Kalman 滤波中噪声方差-协方差的确定[J]. 测绘学报, 2010, 39(2): 146-150. (Guo Hairong, et al. Determination of convariance matrix of Kalman filter used for time prediction of atomic clocks of navigation satellites[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2010, 39(2): 146-150)
- 10 童小华, 赵建国. GIS 中地籍宗地面积的方差分量估计[J]. 测绘学报, 2002, (5): 109-112. (Tong Xiaohua and Zhao Jianguo. Variance component estimation of cadastral parcel area processing in GIS[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2002, (5): 109-112)
- 11 杨元喜, 张菊清, 张亮. 基于方差分量估计的拟合推估及其在 GIS 误差纠正的应用[J]. 测绘学报, 2008, 37(2): 152-157. (Yang Yuanxi, Zhang Juqing and Zhang Liang. Variance-covariance component dstimation based collocation and its application in GIS error fitting[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2008, 37(2): 152-157)

(下转第 83 页)