

基于锚固站的导航星座分布式自主定轨研究^{* 1}

苏天祥¹⁾ 文援兰²⁾ 蓝柏强¹⁾ 夏 炜¹⁾ 刘 毅¹⁾

(¹⁾61892 部队,汕头 515071
(²⁾国防科学技术大学航天与材料科学学院,长沙 410072)

摘 要 为解决导航卫星上分布式自主定轨问题,研究了扩大方差扩展卡尔曼滤波。结果表明,基于地面锚固站和扩大方差扩展卡尔曼滤波算法,导航卫星能够实现分布式自主定轨,并且满足对导航卫星轨道的精度要求。

关键词 锚固站;可观性;分布式;主定轨;URE

中图分类号:P228 **文献标识码**:A

STUDY ON AUTONOMOUS ORBIT DETERMINATION OF NAVIGATION CONSTELLATION WITH DISTRIBUTION ALGORITHM BASED ON GROUND-BASED ANCHORS

Su Tianxiang¹⁾, Wen Yuanlan²⁾, Lan Baiqiang¹⁾, Xia Wei¹⁾ and Liu Yi¹⁾

(¹⁾61892 Troops of PLA, Shantou 515071
(²⁾College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410072)

Abstract Navigation Constellation may drift in secular operation because it lacks the inertial benchmark only based on the measurements of inter-satellites links. Firstly, the technique of ground-based anchor method is used to deal with the observability of the constellation in theory. Then, AREFK (Augment-R Extended Kalman Filter) algorithm is used to settle the problem of the distributed autonomous orbit determination of the navigation constellation and validated the simulation lastly. The simulation results indicate the autonomous orbit determination can satisfy the needs of accuracy of the navigation and position.

Key words: ground-based anchor; observability; distribution; autonomous orbit determination; URE

为了使导航卫星在失去地面支持的情况下维持系统的导航功能,发展导航星座的自主定轨技术显得越来越重要^[1-2]。为解决导航卫星自主定轨问题,国内外学者开展了星座自主定轨研究^[3-8]。本文将在前人研究基础上,考虑锚固站维持坐标误差和时间维持精度对卫星定轨的影响,给出等效测距误差 URE (user range error) 的大小。

锚固站是指具有无线电发射能力的地面基站,可将其看作伪卫星,参与星间链路的测距。星间测

距采用时分多址 (TDMA) 的扩频通信技术,每颗卫星分配 1.5 s,卫星在 1.5 s 内采用超高频 (UHF) 双载波频率播发测距码信号,其余则处于信号接收状态。对于具有 30 颗卫星的导航星座来说,在 45 s 内就可以完成星座卫星播发测距信号的遍历,称之为测距帧。下一个 45 s 周期用作星间数据通信,即完成星座卫星播发数据信号的遍历,称之为数据帧。这样,在星座内相互可见的 2 颗卫星之间就实现了双向伪距测量和数据交换。星间数据交换的内容主

* 收稿日期:2013-07-24

作者简介:苏天祥,男,1984 年生,硕士,工程师,主要从事卫星导航定位工程研究。E-mail: tianxiang_su@163.com。

要包括星间测量伪距、卫星星历与时钟参数、误差协方差阵数据以及卫星完好性监测参数等^[9-11]。

1 星座可观性分析

1.1 仅星间测量星座旋转不可观分析

针对二体问题,设 i 号卫星轨道根数为 $(a_i, e_i, i_i, \Omega_i, f_i)$, j 号卫星轨道根数为 $(a_j, e_j, i_j, \Omega_j, \omega_j, f_j)$, 则两颗卫星在惯性系下的坐标为^[10]:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_i &= \mathbf{R}_z(-\Omega_i) \mathbf{R}_x(-i_i) \mathbf{R}_z(-\omega_i) r_i \begin{bmatrix} \cos f_i \\ \sin f_i \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{X}_j &= \mathbf{R}_z(-\Omega_j) \mathbf{R}_x(-i_j) \mathbf{R}_z(-\omega_j) r_j \begin{bmatrix} \cos f_j \\ \sin f_j \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

其中, $r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos f}$, 其星间相对距离为 $\rho_{ij}^2 = \|\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j\| = (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j)^T (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j)$, 化简后得:

$$\begin{aligned} \rho_{ij}^2 &= r_i^2 + r_j^2 - 2r_i r_j \begin{bmatrix} \cos f_i \\ \sin f_i \\ 0 \end{bmatrix}^T \mathbf{R}_z(-\omega_i) \mathbf{R}_x(-i_i) \\ &\quad \mathbf{R}_z(\Omega_i - \Omega_j) \mathbf{R}_x(-i_j) \mathbf{R}_z(-\omega_j) \begin{bmatrix} \cos f_j \\ \sin f_j \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1) \end{aligned}$$

由式(1)可知,同轨道面两颗卫星 $\Omega_i = \Omega_j$, 无法对 Ω 进行修正;异轨道面的两颗卫星,若两轨道面同时旋转 $\Delta\Omega$, 星间测距也将无法对 Ω 进行修正。

1.2 基于锚技术的星座旋转可观性分析

将锚固站视为伪卫星,设第 k 号锚固站的状态量为 $(r_k, e_k, i_k, \Omega_k, \omega_k, f_k)$ 。由于锚固站是固连在地球上的,所以 $r_k = R_E, e_k = e_E, \Omega_k = \lambda_k + \omega_E t, i_k = \frac{\pi}{2}, \omega_k = \delta_k, f_k = 0$, 其中 R_E 为地球半径, e_E 为锚固站所在子午面与地球表面交线的离心率, λ_k 为锚固站的经度, ω_E 为地球自转角速度, δ_k 为锚固站的纬度。则锚固站在惯性系下的坐标可表示为 $\mathbf{X}_j = \mathbf{R}_z(-\lambda_k - \omega_E t) \mathbf{R}_x(-\frac{\pi}{2}) \mathbf{R}_z(-\omega_k) \mathbf{R}_E [1 \ 0 \ 0]^T$ 。将其看作伪卫星,可得星间相对距离为:

$$\begin{aligned} \rho_{ik}^2 &= r_i^2 + r_k^2 - 2r_i r_k \begin{bmatrix} \cos f_i \\ \sin f_i \\ 0 \end{bmatrix}^T \mathbf{R}_z(-\omega_i) \mathbf{R}_x(-i_i) \\ &\quad \mathbf{R}_z(\Omega_i - \lambda_k - \omega_E t) \mathbf{R}_x(-\frac{\pi}{2}) \mathbf{R}_z(-\omega_k) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2) \end{aligned}$$

由式(2)可知,对于锚固站来说,可以修正它与

可见卫星的 Ω , 合理布局锚固站将可对所有卫星的 Ω 进行修正。由此可见,通过引进锚技术可以有效地解决星座旋转不可观问题^[12]。

2 滤波模型

2.1 状态方程

假设卫星在初始 t_0 时刻的位置和速度分别为 $\mathbf{r}_0, \dot{\mathbf{r}}_0$, 在观测时刻 t_k 的位置和速度分别为 $\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}$, 则卫星位置和速度分别是 $\mathbf{r}_0, \dot{\mathbf{r}}_0$ 的函数,即

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \mathbf{r}(\mathbf{r}_0, \dot{\mathbf{r}}_0, t_k) \\ \dot{\mathbf{r}} &= \dot{\mathbf{r}}(\mathbf{r}_0, \dot{\mathbf{r}}_0, t_k) \end{aligned} \quad (3)$$

设在 t_k 时刻对卫星的观测量为 Y_k , 观测误差为 v_k , 即

$$Y_k = h(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t_k) + v_k \quad (4)$$

其中 $h(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t_k)$ 为观测数据 Y_k 对应的计算值。

取观测时刻 t_k 待估参数矢量 $\mathbf{X}_k = [\mathbf{r}_k, \dot{\mathbf{r}}_k]$, 在时刻 t_0 待估参数矢量为 $\mathbf{X}_0 = [\mathbf{r}_0, \dot{\mathbf{r}}_0]$, 设 \mathbf{X}_0 的近似值为 $\mathbf{X}_0^* = [\mathbf{r}_0^*, \dot{\mathbf{r}}_0^*]$, \mathbf{X}_k 的近似值为 $\mathbf{X}_k^* = [\mathbf{r}_k^*, \dot{\mathbf{r}}_k^*]$, 对 \mathbf{X}_k 线性化处理:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{X}_k^* + \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}_0} \mathbf{x}_0 + o(\mathbf{x}_0)$$

对观测方程线性化:

$$y_k = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{x}_k + v_k = \mathbf{H}_{x_k} + v_k \quad (5)$$

其中 $\mathbf{x}_k = \frac{\partial \mathbf{X}_k}{\partial \mathbf{X}_0} \mathbf{x}_0, y_k = Y_k - h(\mathbf{r}^*, \dot{\mathbf{r}}^*)_k, \mathbf{x}_0 = \mathbf{X}_0 - \mathbf{X}_0^*$ 。

设卫星单位质量所受作用力为 \mathbf{f} , 时刻 t 卫星的运动方程为:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{f}(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t) \quad (6)$$

式(6)对 \mathbf{X}_0 求导数, 得 $\frac{\partial \ddot{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{X}_0} = \frac{\partial \ddot{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{X}_0} + \frac{\partial \ddot{\mathbf{r}}}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{X}_0}$,

令 $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{X}_0} = \boldsymbol{\psi}$, 则 $\frac{\partial \dot{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{X}_0} = \dot{\boldsymbol{\psi}}, \frac{\partial \ddot{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{X}_0} = \ddot{\boldsymbol{\psi}}$ 。再令 $\mathbf{A} = \frac{\partial \ddot{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{r}}, \mathbf{B} = \frac{\partial \ddot{\mathbf{r}}}{\partial \dot{\mathbf{r}}}$, 式(6)变为:

$$\ddot{\boldsymbol{\psi}} = \mathbf{A}\boldsymbol{\psi} + \mathbf{B}\dot{\boldsymbol{\psi}} \quad (7)$$

将式(6)、(7)一同积分, 可得 t 时刻卫星位置和速度的近似值 $\mathbf{r}^*, \dot{\mathbf{r}}^*$ 以及 t 时刻的 $\boldsymbol{\psi} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{X}_0}$ 和 $\dot{\boldsymbol{\psi}} =$

$\frac{\partial \dot{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{X}_0}$, 积分初始条件为 $\begin{cases} \mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0 & \dot{\mathbf{r}}(t_0) = \dot{\mathbf{r}}_0 \\ \boldsymbol{\psi}(t_0) = [\mathbf{I}_{3 \times 3}, \mathbf{O}_{3 \times 3}] & \text{状态} \\ \dot{\boldsymbol{\psi}}(t_0) = [\mathbf{O}_{3 \times 3}, \mathbf{I}_{3 \times 3}] \end{cases}$

转移矩阵 $\boldsymbol{\Phi}(t, t_0) = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}_0} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{X}_0} \\ \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{X}_0} \end{bmatrix}$ 。

2.2 滤波方程

设 t_{k-1} 时刻 x 的估计值为 \hat{x}_{k-1} , 协方差为 \hat{P}_{k-1} , 在 t_k 时刻 x 的预报值为 $\bar{x}_k = \Phi(k, k-1)\hat{x}_{k-1}$, 预报值误差方程为:

$$\bar{x}_k = \hat{x}_k + V_{\bar{x}_k} \quad (8)$$

协方差矩阵 P 的预报值为 $\bar{P}_k = \Phi(k, k-1)\hat{P}_{k-1}\Phi^T(k, k-1) + \Gamma(-1)Q(w)_{k-1}\Gamma^T(k-1)$, 其中 $Q(w)_{k-1}$ 为系统的噪声自相关矩阵, $\Gamma(k-1)$ 为 t_{k-1} 时刻噪声分布矩阵。

假设观测误差 v_k 服从正态分布, 预报值的误差 $V_{\bar{x}_k}$ 也服从正态分布, 并且观测值与预报值不相关, 它们的统计特性为:

$$E[v_k] = 0,$$

$$E[v_k v_k^T] = R_k = \text{diag}[\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2],$$

$$E(V_{\bar{x}_k}) = 0, E(V_{\bar{x}_k} V_{\bar{x}_k}^T) = \bar{P}_k$$

式中 σ_i 为观测值均方差, R_k 为观测值协方差矩阵。

设损失函数为 J , 根据最小二乘构造目标函数并满足^[13]

$$J = v_x^T R_k^{-1} v_k + V_{\bar{x}_k}^T \bar{P}_k^{-1} V_{\bar{x}_k} = \min \quad (9)$$

对式(9)求极值, 得参数的估值 \hat{x}_k 和协方差矩阵的估值 \hat{P}_k 为:

$$\hat{x}_k = (\bar{P}_k^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k)^{-1} (\bar{P}_k^{-1} \bar{x}_k + H_k^T R_k^{-1} y_k) \quad (10)$$

由矩阵反演公式可得:

$$\hat{x}_k = \bar{x}_k + K_k (y_k - H_k \bar{x}_k) \quad (11)$$

$$K_k = \bar{P}_k H_k^T (H_k \bar{P}_k H_k^T + R_k)^{-1} \quad (12)$$

其中 K_k 为增益矩阵。采用 Kalman 推广的形式, 在每一个观测时刻, 用滤波的估值去修正参考轨道, 即在 t_k 时刻观测值被处理后, 参考轨道就修改成 $\hat{X}_k = X_k^* + \hat{x}_k$ 。

2.3 基于星间观测的扩大方差扩展卡尔曼滤波方程

由于星间测距设备的精度并非像其标称值那样精确, 尤其是与其相关的卫星状态存在一定的状态误差, 如果直接利用观测值的协方差矩阵 R , 可能造成对其修正过大, 不能反映真实情况。利用观测误差协方差矩阵 R 吸收测量中与其他卫星状态关联的误差, 即将 R 直接提升一个值, 称为扩大观测方差的 EKF (AREKF)。一种方法是在 R 上固定地增加一个常量 ΔR , 但由于 ΔR 难以准确反映所引入的观测误差, 因而考虑一种动态增加 R 的方法重新考察卫星 i, j 之间的星间伪距观测值, 将观测线性化为:

$$y_{ij} = H_i x_i + H_j x_j + v_{ij} \quad (13)$$

式中, $y_{ij} = h(X_i, X_j) - h(X_i^*, X_j^*)$, $x_i = X_i - X_i^*$, x_j

$$= X_j - X_j^*, H = \frac{\partial h}{\partial X}。$$

在星间观测中有 $H_i = -H_j$, 以 x_i 作为待估的随机参数, $H_j x_j + v_{ij}$ 为相应的误差项, 则相应的观测协方差矩阵为:

$$\begin{aligned} R_{\text{Aug}} &= E[(y_{ij} - H_i x_i)(y_{ij} - H_i x_i)^T] = \\ &E[(H_j x_j + v_{ij})(H_j x_j + v_{ij})^T] = \\ &E[H_j x_j x_j^T H_j^T] + e[v_{ij} v_{ij}^T] = \\ &H_j P_j^- H_j^T + R_{ij} \end{aligned} \quad (14)$$

R_{Aug} 是扩大后的观测方差矩阵, R_{ij} 是星间观测初始误差协方差矩阵, H_j 是星座中关联的其他卫星的观测矩阵, P_j^- 是关联的其他卫星的状态协方差矩阵一步预报值。 R 的增加意味着观测值并不能达到测距设备所给出的精度。

测量更新

$$K_k = \bar{P}_k H_k^T (H_k \bar{P}_k H_k^T + R_{\text{Aug}_k})^{-1} \quad (15)$$

$$\hat{x}_k = \bar{x}_k + K_k (y_k - H_k \bar{x}_k) \quad (16)$$

$$\hat{P}_k = (I - K_k H_k) \bar{P}_k \quad (17)$$

时间更新

$$\bar{x}_k = \Phi(k, k-1)\hat{x}_{k-1} + \Gamma_{k-1} w_{k-1} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \bar{P}_k &= \Phi(k, k-1)\hat{P}_{k-1}\Phi^T(k, k-1) + \\ &\Gamma(k-1)Q(w)_{k-1}\Gamma^T(k-1) \end{aligned} \quad (19)$$

将锚固站看作固定在地面上的伪卫星, 其测距模式和星座卫星测距模式一致, 但扩大后的观测方差矩阵为:

$$R_{\text{Aug}} = R_a + R_{ij} \quad (20)$$

式中 R_a 是锚固站的坐标误差和时间误差影响的综合方差。

AREKF 分布式滤波是一种分布式算法, 只处理与本星相关的观测数据, 而且只对本星进行轨道确定, 与整网滤波相比大大减小了计算量, 能适应星上计算机的计算能力; 其次 AREKF 算法将与本星相关的其他卫星状态误差看作观测误差项处理, 一方面去除了星间测量的相关性, 减少了数据传输量, 另一方面将相关卫星状态误差看成观测误差项也能避免相关卫星故障时带来的影响, 提高了滤波的可靠性。AREKF 算法方差扩大的部分实质上是考虑了各种不可测误差和对方卫星状态误差对滤波造成的影响, 具有一定实用性。

3 仿真场景设置及结果分析

3.1 仿真场景设置

仿真过程主要包括两部分:

1) 卫星轨道仿真, 产生理论轨道、锚固站距离观测值和星间距离观测值;

2) 卫星轨道估计, 产生卫星轨道的估计值, 与

上述理论轨道比较,分析定轨精度。

仿真场景导航星座由 24 颗 MEO(24/3/1)、3 颗 GEO 和 3 颗 IGSO 组成。MEO 卫星半长轴为 28 494 137 m,偏心率为 0,轨道倾角为 55°;GEO 半长轴为 42 164 169.637 m,轨道倾角设为 0°,以升交点为起始位置,3 颗星初始位置角分别设为 210.46°、240.96°和 270.46°;28~30 号为 IGSO 卫星,半长轴为 42 164 169.637 m,轨道倾角设为 55°,位于升交点赤经分别设为 0、120°和 240°的 3 个轨道面上。设置 5 个地面站,星间测距精度为 1 m(1 σ),星地测距精度 1 m(1 σ),锚固站维持精度为 1 m(1 σ),时钟维持精度 0.8 ns(1 σ),星间测距频度为 300 s,锚固频度为 300 s,仿真周期为 7 d。锚固站个数为 4 个,分别布置在北京、喀什、佳木斯和三亚。场景一为整网滤波算法,场景二为 AREKF 算法。

3.2 结果分析

图 1、2 为整网滤波定轨的结果。从图中可看出,整网滤波 7 d 后 MEO-1 卫星的定轨误差小于 6 m,URE 约为 2.5 m。图 3~8 为 AREKF 滤波定轨结果。由图可知,AREKF 7 d 后 MEO-1 卫星定轨误差小于 15 m,URE 约为 3 m;GEO-1 和 IGSO-1 卫星定轨误差在 30 m 以内,其 URE 均在 4 m 以内。图 9 为星座整体 URE 数值,可以看出 URE 的均值在 3 m

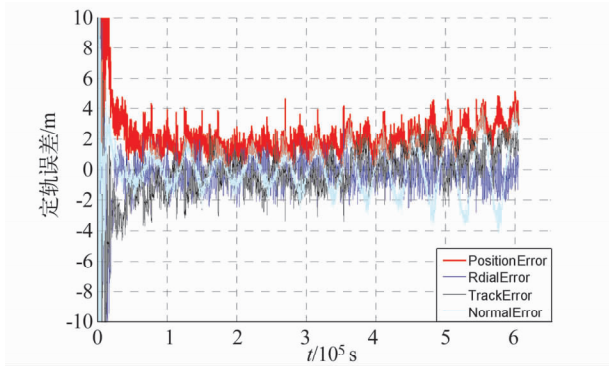


图 1 整网 MEO-1 定轨误差

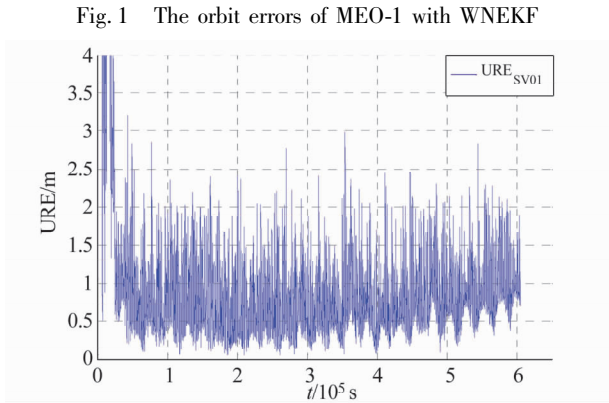


图 2 整网 MEO-1URE
Fig. 2 The URE of MEO-1 with WNEKF

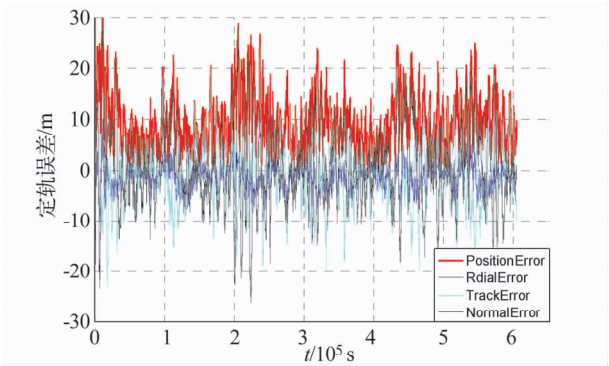


图 3 AREKF 算法得到的 MEO-1 定轨误差
Fig. 3 The orbit errors of MEO-1 with AREKF

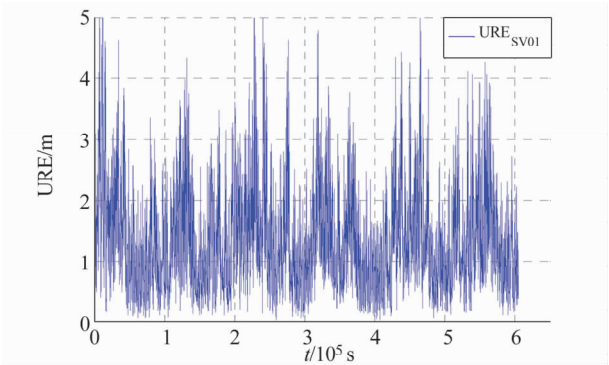


图 4 AREKF 算法得到的 MEO-1 URE
Fig. 4 The URE of MEO-1 with AREKF

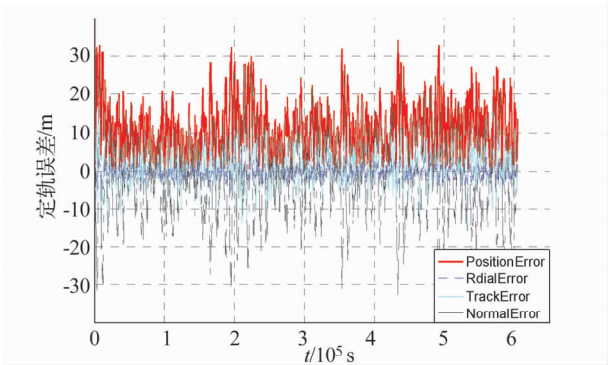


图 5 AREKF 算法得到的 GEO-1 定轨误差
Fig. 5 The orbit errors of GEO-1 with AREKF

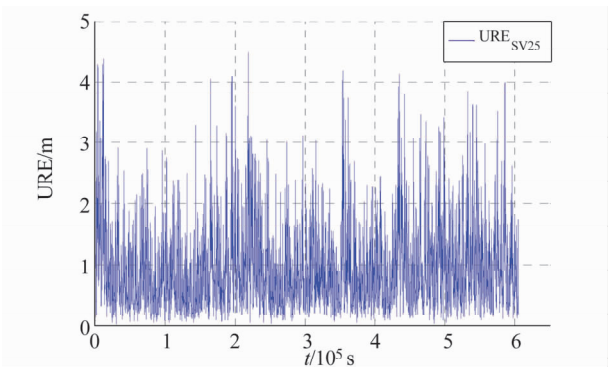


图 6 AREKF 算法得到的 GEO-1 URE
Fig. 6 The URE of GEO-1 with AREKF

以内。虽然 AREKF 的定轨精度与整网定轨精度相比有所降低,但 URE 可以达到相当的精度,对于用户定位的影响并不大,可以满足定轨精度要求。

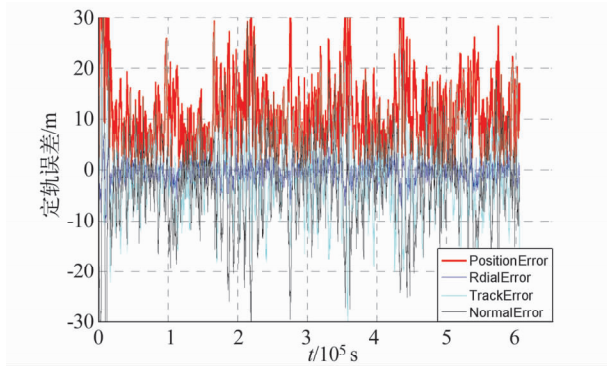


图7 AREKF 算法得到的 IGEO-3 定轨误差

Fig.7 The orbit errors of IGEO-1 with AREKF

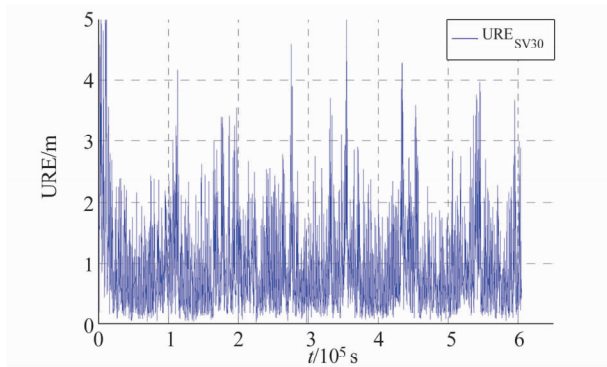


图8 AREKF 算法得到的 IGEO-3 URE

Fig.8 The URE of IGEO-1 with AREKF

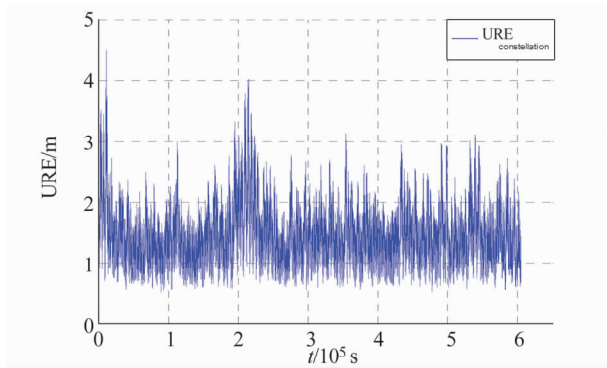


图9 AREKF 算法得到的星座 URE

Fig.9 The URE of constellation with AREKF

4 结 语

利用锚固站为导航星座自主定轨提供空间惯性基准,解决了自主定轨时秩亏的问题,研究并推导了 AREKF 分布式滤波算法。通过场景仿真,基于锚固站的自主导航分布式滤波 URE 与整网 URE 相当,可以较好地满足用户导航定位的要求,具有一定的工程参考价值。但需要指出的是,以上结论是在导航星座的星间链路高效可靠的理想状态下得到的。

参 考 文 献

- tioning system satellite [C]. AIAA Guidance and Control Conference, 2003.
- Menn M D, Bernstein H. Ephemeris observability issues in the global positioning system (GPS) autonomous navigation [C]. IEEE position location and navigation symposium, Las Vegas, NV, 1994.
- 陈金平,等. 基于星间测距/轨道定向参数约束的导航卫星自主定轨研究[J]. 武汉大学学报:自然科学版, 2005 (5): 439 - 444. (Chen Jinping, et al. Autonav of navigation satellite constellation based on crosslink range and orientation parameters constraining [J]. Wuhan University Journal of Natural Science Edition, 2005 (5): 439 - 444)
- 帅平,等. 基于 X 射线脉冲星的导航卫星自主导航[J]. 中国空间科学技术, 2008, 25 (2): 1 - 7. (Shuai Ping, et al. Autonomous navigation for navigation satellites based on X-ray pulsars [J]. China Academy of Space Technology, 2008, 25 (2): 1 - 7)
- Zhu Jun, et al. Research on modeling and simulation of semi-autonomous orbit determination for satellite navigation constellation [R]. Asia Simulation Conference - 7th International Conference on System Simulation and Scientific Computing, Beijing, 2008.
- 林益明,等. 基于星间链路的分布式导航自主定轨算法研究[J]. 宇航学报, 2010, 31 (9): 2 088 - 2 094. (Lin Yiming, et al. Autonomous orbit determination algorithm based on A satellite cross link GNSS Distributed [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31 (9): 2 088 - 2 094)
- 宋小勇. Compass 导航卫星定轨研究 [D]. 西安: 长安大学, 2009. (Song Xiaoyong. Study on orbit determination for Compass navigation satellites [D]. Xi'an: Chang'an University, 2009)
- Ferguson, et al. Decentralized estimation algorithms for formation flying spacecraft [C]. AIAA Guidance and Control Conference, 2003.
- 帅平,等. 导航星座自主导航技术研究[J]. 中国工程科学, 2006, 8 (3): 22 - 30. (Shuai Ping, et al. Study on autonomous navigation techniques for navigation constellations [J]. Engineering Sciences, 2006, 8 (3): 22 - 30)
- 张育林,等. 卫星星座理论与设计 [M]. 北京: 科学出版社, 2008. (Zhang Yulin, et al. Theory and design of satellite constellations [M]. Beijing: Science Press, 2008)
- 蔡志武,等. 导航卫星长期自主定轨的星座旋转误差分析与控制[J]. 宇航学报, 2008, 29 (2): 522 - 528. (Cai Zhiwu, et al. Analysis and control of constellation rotation error in long-term autonomous orbit determination for navigation satellites [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29 (2): 522 - 528)
- 苏天祥. 基于锚固站的导航星座自主定轨技术研究 [D]. 长沙: 国防科技大学, 2012. (Su Tianxiang. Study on autonomous orbit determination of navigation constellation based on ground-based anchor [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2012)
- 杨元喜. 自适应动态导航定位 [M]. 北京: 测绘出版社, 2006. (Yang Yuanxi. Adaptive navigation and dynamic positioning [M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 2006)