

# 高度角信噪比联合随机模型的抗差 GPS/COMPASS 实时差分定位算法分析<sup>\* 1</sup>

刘云朋 尹 潇 楼立志  
(同济大学测绘与地理信息学院,上海 200092)

**摘 要** 在抗差 GPS/COMPASS 实时差分定位的基础上,对比分析了等权随机模型、高度角随机模型和信噪比随机模型对导航定位的影响,并由此提出高度角信噪比联合随机模型。试验证明,该模型与等权随机模型相比,明显提高了定位精度,也优于高度角和信噪比随机模型。

**关键词** GPS/COMPASS;实时差分;抗差;卫星高度角;随机模型

**中图分类号**:P228.41

**文献标识码**:A

## ROBUST GPS/COMPASS COMBINED REAL-TIME DIFFERENTIAL POSITIONING BASED ON ELEVATION ANGLE AND SNR COMBINED STOCHASTIC MODEL

Liu Yunpeng, Yin Xiao and Lou Lizhi

(College of Surveying and Geo-informatics, Tongji University, Shanghai 20092)

**Abstract** The elevation angle and SNR Combined stochastic model was proposed in the paper, based on the comparison of influence of different stochastic model-equal weight model, elevation angle model and SNR model on positioning. The result of analyzing the data from an experiment of vehicle running shows that this model is obviously superior to equal weight model and also better than elevation and SNR model.

**Key words**: GPS/COMPASS combined; real-time differential; robust estimation; elevation angel; stochastic model

多系统组合导航与单系统相比,可保证观测到的卫星星座构成最佳几何图形,提高定位的稳定性,其完备性和可用性也更优<sup>[1-3]</sup>。导航定位中会受到各种误差的影响,采用差分技术可以消除大部分误差,却无法消除多路径效应。不同环境、不同卫星、不同历元观测值的精度是不同的,采用等权随机模型将降低定位的精度。本文在等权模型、卫星高度角模型、信噪比模型的基础上,提出了基于高度角和信噪比的联合定权模型,并进行了试验分析。

## 1 定位模型

### 1.1 组合差分定位模型

基本伪距观测方程为(上标 g 代表 GPS 卫星, c 代表 COMPASS 卫星)<sup>[4]</sup>:

$$P^g = R^g + c(\delta dt_r^g - \delta dt^{s,g}) + I^g + T^g + \varepsilon^g \quad (1)$$

$$P^c = R^c + c(\delta dt_r^c - \delta dt^{s,c}) + I^c + T^c + \varepsilon^c \quad (2)$$

式中,  $P$  表示测距码伪距;  $R$  表示卫星到测站的几何距离;  $c$  表示光速;  $\delta dt_r$  表示接收机钟差;  $\delta dt^s$  表示卫星钟差,可由广播星历求得;  $I$  表示电离层延迟;  $T$  表

\* 收稿日期:2013-07-19

基金项目:上海市自然科学基金项目(09ZR1433100)。

作者简介:刘云朋,男,1985年生,硕士研究生,研究方向:GPS数据处理。E-mail:451036054@qq.com。

示对流层延迟; $\varepsilon$  为多路径误差、观测噪声及其他残差。几何距离  $R$  按下式给定:

$$R = \sqrt{(X - X^s)^2 + (Y - Y^s)^2 + (Z - Z^s)^2} \quad (3)$$

式中,  $(X, Y, Z)$  为测站坐标;  $(X^s, Y^s, Z^s)$  为卫星坐标。在基准站上安装接收机, 连续测出卫星的伪距  $P_b$  并收集卫星星历, 利用广播星历计算出卫星在某一时刻的瞬间位置  $(X_b^s, Y_b^s, Z_b^s)$ 。由于基准站的坐标已知  $(X_b, Y_b, Z_b)$ , 利用卫星和基准站的坐标就可以计算出卫星到测站的几何距离  $R_b$ , 则伪距改正数表示为:

$$\Delta P = R_b - P_b \quad (4)$$

对于实时动态差分定位, 由于数据通信的限制, 采样率往往较低, 这时需要考虑计算伪距改正数速率  $\Delta P$ , 由此可得低采样率下的伪距改正数<sup>[5]</sup>:

$$\Delta P_t = \Delta P_{t_0} + \Delta P(t - t_0) \quad (5)$$

式中,  $t$  表示流动站的观测时刻;  $t_0$  表示基站的观测时刻。计算出的伪距改正数代入式(1)和(2), 即可消除卫星轨道误差, 减弱电离层和对流层的影响。假定  $t$  历元观测到  $m$  颗 GPS 卫星和  $n$  颗 COMPASS 卫星, 则对观测方程关于近似坐标  $(X_0, Y_0, Z_0)$  级数展开, 并用矩阵表示为:

$$V = A\delta X - l \quad (6)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{X_0 - X_1^g}{R_1^{0,g}} & \frac{Y_0 - Y_1^g}{R_1^{0,g}} & \frac{Z_0 - Z_1^g}{R_1^{0,g}} & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{X_0 - X_m^g}{R_m^{0,g}} & \frac{Y_0 - Y_m^g}{R_m^{0,g}} & \frac{Z_0 - Z_m^g}{R_m^{0,g}} & 1 & 0 \\ \frac{X_0 - X_1^c}{R_1^{0,c}} & \frac{Y_0 - Y_1^c}{R_1^{0,c}} & \frac{Z_0 - Z_1^c}{R_1^{0,c}} & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 & 1 \\ \frac{X_0 - X_n^c}{R_n^{0,c}} & \frac{Y_0 - Y_n^c}{R_n^{0,c}} & \frac{Z_0 - Z_n^c}{R_n^{0,c}} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$l = \begin{bmatrix} P_1^g + \Delta P_1^g \\ \vdots \\ P_m^g + \Delta P_m^g \\ P_1^c + \Delta P_1^c \\ \vdots \\ P_n^c + \Delta P_n^c \end{bmatrix}, \delta X^T = \begin{bmatrix} \delta X \\ \delta Y \\ \delta Z \\ c\delta t_r^g \\ c\delta t_r^c \end{bmatrix}$$

式中,  $V$  为观测残差。考虑到伪距观测值等权, 则最小二乘解为:

$$\delta X = (A^T A)^{-1} A^T l \quad (7)$$

## 1.2 先验随机模型

对于先验观测权阵, 导航定位中常取为等价权阵, 但这和实际存在差异。为了更符合实际观测情况, 有学者提出了卫星高度角定权模型, 它认为高度角观测值含有多路径等误差<sup>[6]</sup>, 模型简单, 适合静态和动态定位; 还有学者提出了基于信噪比 (signal to noise ratio, SNR) 的信噪比模型, 能有效消除衍射误差的影响<sup>[7]</sup>。

### 1.2.1 高度角模型

不同卫星发射的信号传播路径不同, 相应的观测值精度也不同。大气延迟等误差随高度角的减小而增大, 高度角高的卫星信号质量通常优于高度角低的, 因此可以利用卫星高度角建立随机模型。常见的卫星高度角模型<sup>[6]</sup>为:

$$\sigma = \frac{1}{\sin E} \quad (8)$$

式中,  $\sigma$  为观测值中误差,  $E$  为卫星高度角。

### 1.2.2 信噪比模型

信噪比是接收机的载波信号强度与噪声强度的比值, 常用载噪比  $(C/N_0)$  表示, 单位为 dBHz。信噪比能较好地反映接收卫星信号的质量<sup>[7]</sup>。信噪比越高, 观测质量通常越好。基于卫星载波信号信噪比的随机模型<sup>[8]</sup>为:

$$\sigma = \sqrt{a + b \times 10^{-(C/N_0)/10}} \quad (9)$$

式中,  $a, b$  为模型参数, 取值分别为 10、22 500。

### 1.2.3 高度角信噪比联合模型

在实时导航定位中, 由于环境比较差, 会存在特殊情况, 比如高度角高的卫星其多路径比较大, 或信噪比高的卫星其高度角较小等情况。如果继续单独用卫星高度角定权模型或信噪比定权模型, 可能会得到精度差的定位结果。为此, 本文提出卫星高度角和信噪比组合定权模型:

$$\sigma = \sqrt{a + b \times 10^{-(C/N_0)/10}} \times \frac{1}{\sin E} \quad (10)$$

此时的先验权阵可以表示为:

$$P = \begin{bmatrix} \sigma^{-2g} \\ \sigma^{-2c} \end{bmatrix} \quad (11)$$

此时的最小二乘解算为:

$$\delta X = (A^T P A)^{-1} A^T P l \quad (12)$$

## 1.3 抗差估计模型

抗差估计是指在粗差不可避免的情况下, 选择估计方法使得未知参数的估值尽可能地避免粗差的影响。它不像经典的最小二乘估计那样过分地追求估值结果的有效性和无偏性, 通过引入等价权矩阵来调节各观测值对估值结果的贡献, 提高了估值结果的准确性和可靠性<sup>[9]</sup>。将等价权引入到经典最

小二乘平差中,通过选权迭代的方法即可构造出抗差最小二乘估计。本文采用 Huber 函数构造抗差权因子,其选取准则为<sup>[10]</sup>:

$$w_i = \begin{cases} 1, & |u_i| \leq k \\ \frac{k}{|u_i|}, & |u_i| > k \end{cases} \quad (13)$$

式中, $u_i = \frac{v_i}{s}$ ,在  $|u_i| \leq k$  区间  $s$  取标准差,  $|u_i| > k$  区间  $s$  取 MAD,  $\text{MAD} = \text{med} |v_i|$ ,  $k$  为常数,可取 2.5~3。先验权与抗差权因子的乘积为等价权:

$$\bar{P}_i = P_i w_i \quad (14)$$

式中, $P_i$  为卫星  $i$  伪距观测值的先验权,  $\bar{P}_i$  为等价权。于是,抗差最小二乘解为:

$$\delta X = (A^T \bar{P} A)^{-1} A^T \bar{P} l \quad (15)$$

2 算例分析

上海内环杨浦区和虹口区等稠密建筑地带进行车载导航试验,测试路线见图 1。由图 1 可知,试验区域高层建筑多,卫星信号的干扰多,多路径等误差复杂。为进行对比,机车上安装了 RTK,可获取准确的参考值。



图 1 路测轨迹  
Fig. 1 Test trajectory in real road

为对比不同随机模型的定位效果,与 RTK 进行时间序列对比。图 2 为等权随机模型,图 3 为高度角随机模型,图 4 为信噪比模型,图 5 为高度角信噪比联合随机模型。

对比图 2~5 可知,等权随机模型的跳跃点频繁,定位精度最差,高度角随机模型和信噪比随机模型的精度明显优于等权随机模型,高度角和信噪比联合随机模型的精度略优于高度角随机模型和信噪比随机模型。其中,对比图 2 和图 3,在图 3 中 1 200 历元附近存在两个东方向偏差、10 m 左右的历元,结果有所降低,说明高度角高的卫星多路径反而大,因而,单一的高度角随机模型存在不足;对比图 2 和图 4,图 4 在最后历元处偏差大于 10 m 的历元,在两个方向都有所降低,说明单一的信噪比模型也存在不足;对比图 2 和图 5,信噪比高度角联合随机模型在大偏差历元

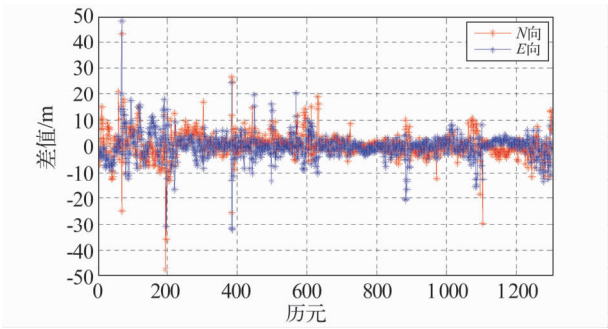


图 2 等权随机模型的平面坐标差值  
Fig. 2 Coordinate difference of equal weight model

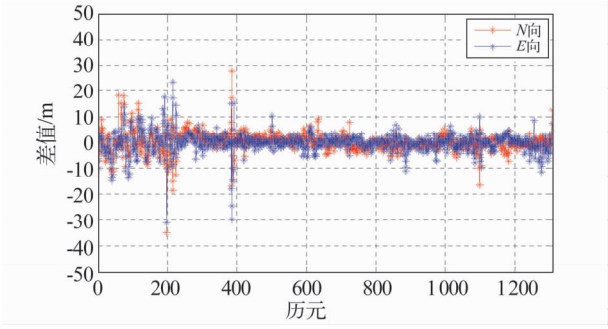


图 3 高度角随机模型的平面坐标差值  
Fig. 3 Coordinate difference of elevation angle model

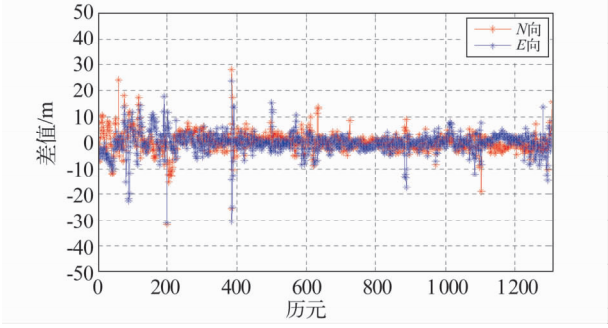


图 4 信噪比随机模型的平面坐标差值图  
Fig. 4 Coordinate difference of SNR model

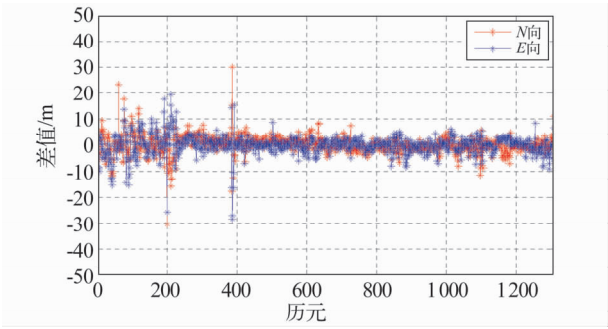


图 5 高度角和信噪比联合随机模型的平面坐标差值图  
Fig. 5 Coordinate difference of elevation angle and SNR combined model

处都有所提高,说明联合随机模型更优。同时,4 个模型下历元 200 和 400 处的跳跃点仍然存在,说明这些历元的抗差估计效果较差,需要作进一步研究。为

了定量分析,统计不同模型下定位结果与 RTK 对比的 RMS,见表 1。

表 1 不同随机模型定位结果与 RTK 比较(m)  
Tab.1 Comparison of positioning results of different random model with RTK (m)

模型	平面	高度角
等权随机模型	4. 73	4. 84
高效角随机模型	3. 60	3. 43
信噪比随机模型	3. 98	3. 72
高度角随机噪比联合随机模型	3. 53	3. 28

由表 1 可知,高度角信噪比联合随机模型与等权随机模型相比,平面坐标分量精度分别提高 1. 20 m 和 1. 56 m;与高度角随机模型相比,平面坐标分量精度提高 0. 07 m 和 0. 15 m;与信噪比模型相比,平面坐标分量精度提高 0. 45 m 和 0. 44 m。

3 结 语

本文基于高度角、信噪比随机模型提出了高度角信噪比联合随机模型,进行不同随机模型下的车载导航试验,可得到如下结论:

- 1)在动态导航定位中,高度角和信噪比随机模型明显优于等权随机模型;
- 2)高度角信噪比联合随机模型明显优于等权随机模型,略优于高度角和信噪比模型,可以提高导航定位精度。
- 3)在导航定位中,多路径复杂,粗差率高,基于多次迭代的抗差估计并不能改善所有的定位结果,因而需要进一步研究。

参 考 文 献

1 刘季,张小红. GPS/BD 组合导航定位试验和精度分析[J]. 测绘信息与工程,2012,37(4):1-3. (Liu Ji,Zhang Xiaohong. Performance of combined GPS/BD positioning[J]. Journal of Geomatics,2012,37(4):1-3)

2 高晓,戴吾蛟. 基于方差分量估计确定 GPS/BD2 组合定位先验权比[J]. 大地测量与地球动力学,2013(2):136-138. (Gao Xiao,Dai Wujiao. Determination of prior weighr

ratio for combined GPS-BD2 positioning based on variance component estimation[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics,2013(2):136-138)

3 金玲. 多卫导组合系统的快速选星算法研究[J]. 电子学报,2009(9):1 931-1 936. (Jin Ling. Study on fast satellite selection algorithm for integrated navigation[J]. Acta Electronica Sinica,2009(9):1 931-1 936)

4 刘大杰,施一民,过静珺. 全球定位系统的原理与数据处理[M]. 上海:同济大学出版社,1996. (Liu Dajie, Shi Yimin,Guo Jingjun. The principle and data processing of the global positioning system[M]. Shanghai:Tongji University Press,1996)

5 兰孝奇. GPS 伪距差分定位技术的试验研究[J]. 河海大学学报,2004,32(3):300-303. (Lan Xiaoqi. Experimental research of GPS pseudo-range differential position[J]. Journal of Hohai University,2004,32(3):300-303)

6 刘志强,黄张裕,金建平. 利用卫星高度角和信噪比提高 GPS 定位精度的试验分析[J]. 测绘工程,2008,17(4):54-58. (Liu Zhiqiang, Huang Zhangyu, Jin Jianping. An experiment study of improving GPS positioning precision by satellite elevation and SNR[J]. Engineering of Surveying and Mapping. 2008,17(4):54-58)

7 戴吾蛟,丁晓利,朱建军. 基于观测值质量指标的 GPS 观测量随机模型分析[J]. 武汉大学学报:信息科学版,2008(7):718-722. (Dai Wujiao, Ding Xiaoli, Zhu Jianjun. Comparing GPS stochastic models based on observation quality indices[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University,2008(7):718-722)

8 Brunner F K,Hartinger K H,Troyer L. GPS signal diffraction modeling: The stochastic SIGMA-△model [J]. Journal of Geodesy,1999,73:259-267.

9 杨元喜. 抗差估计理论及其应用[M]. 北京:测绘出版社,1993. (Yang Yuanxi. The theory and application of robust estimating [M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 1993)

10 王新洲. 高等测量平差[M]. 北京:测绘出版社,2006. (Wang Xinzhou. Advanced surveying adjustment[M]. Beijing:Surveying and Mapping Press,2006)