

Allan 方差分析测量数据噪声特性的性能研究^{*1}

薛学铭

(武汉大学测绘学院,武汉 430079)

摘要 针对白噪声、闪烁噪声、随机游走以及一阶高斯马尔科夫过程4种典型噪声,采用模拟数据,详细研究随机序列特性对 Allan 方差分析结果的影响,包括数据长度、采样率、不连续性以及可能存在的粗差。实验表明,随机序列的不同特性对 Allan 方差分析结果均有不同程度的影响,由此给出 Allan 方差分析法在实测数据应用中的策略,并对惯导数据进行分析。

关键词 Allan 方差;测量数据;内部属性;噪声特性;检测性能

中图分类号:P207

文献标识码:A

STUDY ON PROPERTIES OF NOISE ANALYSIS WITH ALLAN VARIANCE

Xue Xueming

(School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079)

Abstract Aimming at white noise, flicker noise, random walk and 1st-order Gauss-Markov process, the effect of inherent properties of the random sequence, including data length, sample rate, discontinuity of data and gross error, on the result of Allan Variance was analyzed in detail. The experimental results suggest that each property of random sequence affects the result of Allan variance in different degree. The author suggests a method for analyzing INS data.

Key words: Allan variance; surveying data; inherent properties; noise characteristics; analysis performance

对观测数据进行最小二乘估计获得的数据中误差,只能表征观测数据中白噪声的强度^[1-2]。然而,实测数据由于观测对象、手段、环境等影响,会存在各种有色噪声,它们对于数据特性的理解和建模有着重要意义。以往采用频域分析法,对噪声的谱密度进行分析,即 PSD 法。但是,PSD 法要求数据具有固定采样率和足够长度,否则 PSD 图会出现较大偏差且无法估计出低频噪声^[3]。由 Allan 提出的 Allan 方差法^[4]是一种时域分析法,在 GPS 数据和惯导数据的随机噪声分析中有着广泛应用^[5-8]。但是,已有文献缺乏对 Allan 方差分析性能的详细分析,如数据长度、采样率、不连续性以及粗差是否会

影响 Allan 方差的分析结果。本文利用模拟数据对这些问题进行详细分析,并给出了一些策略。将这些策略引入实测惯导数据噪声特性分析,取得了较好的效果。

1 Allan 方差分析方法

Allan 方差反映了噪声在时域上的不稳定性。它能够分析出数据的噪声特性,并用噪声参数表征噪声强度。标准 Allan 方差定义如下:

$$\sigma^2(T) = \frac{1}{2(N_C - 1)} \sum_{k=1}^{N_C-1} (\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k)^2 \quad (1)$$

其中, T 为时间簇, σ^2 为 Allan 方差, \bar{y}_k 为第 k 组数

* 收稿日期:2013-12-10

基金项目:高等学校博士学科点专项科研基金项目(20130141110001)。

作者简介:薛学铭,男,1993年生,研究生,研究方向为 GNSS/INS 组合导航。E-mail:xmxue1018@gmail.com。

据的均值, N_c 为按 T 分组后的数据组个数。

设某序列含有 N 个数据, 间隔率为 dt , Allan 方差计算过程如下:

- 1) 按时间簇 $T(T = mdt)$ 将整个数据集分组, 每组含 m 个数数据项;
- 2) 计算每组数据的均值;
- 3) 计算相邻两组数据均值之差;
- 4) 按式(1)计算相应 T 下的 Allan 方差。
- 5) 不断改变 T , 即 m 取值不同 (通常取 $m = 2^i, i = 0, 1, 2, \dots$), 重复 1) ~ 4), 得到不同 T 所对应的 Allan 方差;
- 6) 采用双对数曲线图画出 (T, σ) 点集, 称为 Allan 方差图。

画出 Allan 方差图后, 首先根据曲线斜率判断各时间域内的主要噪声项, 再由特定点的函数值确定噪声参数^[9]。下面简要分析 4 种噪声的 Allan 方差图特性 (表 1)。

- 1) 高斯白噪声 (WN): 斜率为 $-1/2$, 参数 Q 在 $T=1$ 处取得。
- 2) 闪烁噪声 (FN): 当 T 大于截止频率 f_0 的倒数时, 斜率为 0, 故其参数可在 $T > 1/f_0$ 任意处取得。
- 3) 随机游走 (RW): 斜率为 $+1/2$, 参数 k 在 $T = 3$ 处取得。
- 4) 高斯-马尔可夫过程 (GM): 指数相关噪声, 参数 (T_c, Q_c) 根据曲线最大值 $(T_{\max}, \sigma_{\max})$ 计算得到。

表 1 4 种典型噪声的 Allan 方差图特性

Tab. 1 Properties of Allan variance for tipycal noise				
噪声类型	Allan 方差	噪声参数	斜率	噪声参数取值
WN	Q^2/T	Q	$-1/2$	$Q = \sigma(1)$
FN	$2\ln 2/\pi B^2$	B	0	$B = \sigma(f_0)$
RW	$k^2/3T$	k	$+1/2$	$k = \sigma(3)$
GM	$\frac{(q_c T_c)^2}{T} \left[1 - \frac{T_c}{2T} \right]$	Q_c, T_c	$\pm 1/2$	$T_c = T_{\max}/1.89$
	$\left(3 - 4e^{\frac{T}{T_c}} + e^{\frac{2T}{T_c}} \right)$			$Q_c = \sigma_{\max}/(0.437\sqrt{T_c})$

2 随机序列对 Allan 方差的影响

为探究 Allan 方差分析测量数据噪声特性的性能, 本文基于 MATLAB 模拟了白噪声、闪烁噪声、随机游走以及高斯-马尔可夫过程, 并研究了随机序列的数据长度、采样率、不连续性以及粗差对 Allan 方差分析结果的影响。

首先分析数据长度对 Allan 方差分析的影响。模拟采样率相同、数据长度分别为 $N_1 = 120\ 000, N_2 = 12\ 000, N_3 = 1\ 200$ 的 3 组随机序列。不同数据长

度的 Allan 方差图如图 1 所示。

图 1 中, 红色直线与 Allan 方差曲线的交点表示噪声特征点, 相应的噪声参数可由特征点处的函数值确定。由图可得, 各噪声数据长度不同时, 其 Allan 方差图在前段基本一致, 而后段出现一定的波动。WN、FN、RW 的 3 组数据特征点基本重合, $N = 1\ 200$ 的 GM 的特征点相对偏差较大。

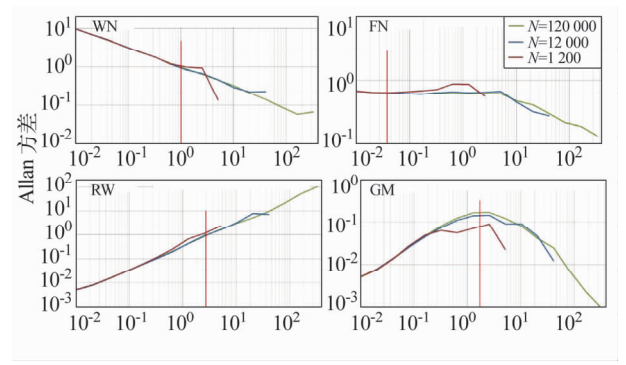


图 1 数据长度不同的 Allan 方差图
Fig. 1 Allan plots of different data length

由此可得, Allan 方差分析需保证足够的数据长度。例如, 对于 GM, 当 $T \ll T_c$ 时, 其图像近似于 RW。若数据长度过小, 曲线未越过最高点, 表现为斜率为 $+1/2$ 的直线, 从而误判为 RW。

下面分析数据采样率对 Allan 方差分析的影响。模拟生成 3 组随机序列, 采样间隔分别为 $dt = 0.01\text{ s}, 0.1\text{ s}, 1\text{ s}$ 。不同采样率的 Allan 方差如图 2。

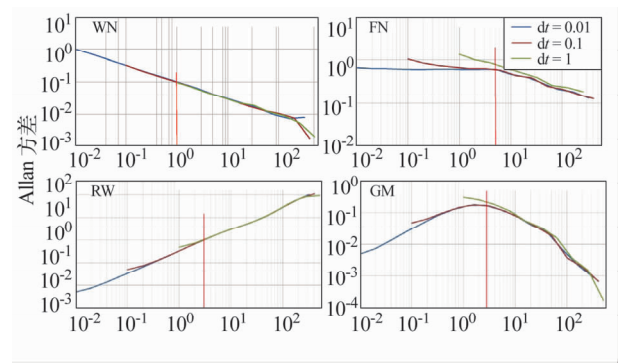


图 2 采样率不同的 Allan 方差图
Fig. 2 Allan plots of different sample rate

图 2 中, 红色直线的含义与图 1 相同。由图 2 可知, 各噪声采样率不同时, 其 Allan 方差图基本相同, 对应 3 组数据的特征点也基本重合。

由此可得, 采样率对 Allan 方差参数的估计精度影响较小。故在处理采样率很高、长度很大的数据时 (如惯导数据), 可降采样以减小数据长度, 减小数据运算量。

数据不连续性同样会对 Allan 方差分析产生影响。模拟生成一组随机序列, 将其平均分为 3 段, 将

第二段截掉,第一、三段首尾拼接得到一组新的不连续数据。截断前后的 Allan 方差如图 3。

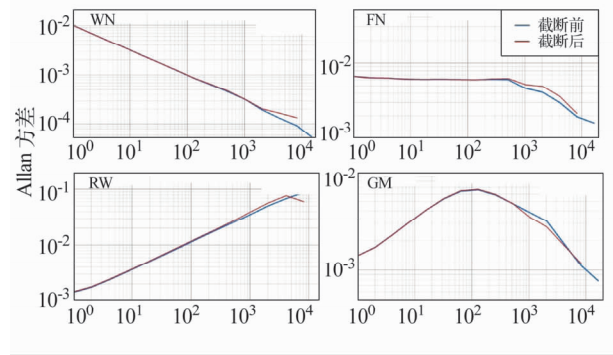


图3 不连续性影响下的 Allan 方差图

Fig. 3 Allan plots under influence of discontinuity

由图 3 可知,除图像尾部出现微小差异外,各噪声的截断序列与原序列的 Allan 方差图基本一致,噪声类型和噪声参数也一致。

由此可得,采用 Allan 方差分析不连续的数据仍能够得到数据原本的噪声特性。因此:1)若有多段同一系统产生的误差序列,可以将其按时间顺序拼接进行处理;2)若整条序列中的某段数据质量较差,可将其直接剔除,再利用 Allan 方差处理,结果更可靠。

最后分析粗差对 Allan 方差分析的影响。模拟生成一组随机序列,随机选取其中项的数据加入粗差(噪声强度的 20 ~ 30 倍),得到一组新的随机序列。加入粗差前后的 Allan 方差如图 4。

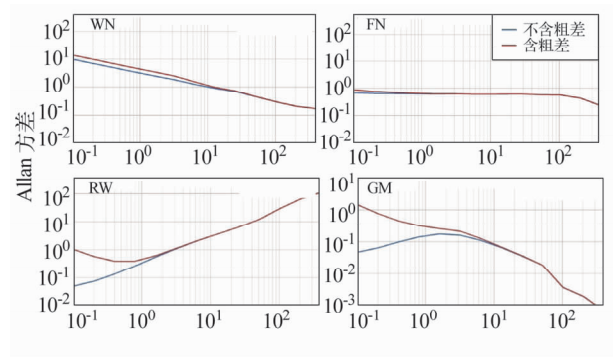


图4 粗差影响下的 Allan 方差图

Fig. 4 Allan plots under influence of gross error

由图 4 可知,加入粗差后,RW 和 GM 的 Allan 方差图变形严重,无法正确判断其噪声类型;而 WN 和 FN 的 Allan 方差图变形较小,不影响噪声类型的识别,但会导致噪声参数的微小偏差。

由此可得,数据中含有粗差会造成噪声参数估计的偏差,并可能导致 Allan 方差图变形严重,从而错误地判别噪声类型。因此,实际数据处理中,应剔除数据中所含的粗差。

3 测量数据分析

使用 Novatel 公司的 SPAN-FSAS 惯导设备在室内恒温条件下采集两组数据,一组为 200 Hz 采样率,共采集两个时段,每个时段约 6 h;另一组为 100 Hz 采样率,连续采集约 6 h。SPAN-FSAS 设备给出的陀螺白噪声为 $1.67 \times 10^{-3} (^{\circ}/s)$,加计白噪声为 $4.90 \times 10^{-4} (m/s^2)$ 。

图 5(a) 为 200 Hz 采样率的第一时段的加速度数据的 Allan 方差图,绿色直线斜率为 -1.3 ,应为量化噪声。蓝色直线斜率为 -0.56 ,为白噪声。在 $T=1$ 处函数值等于 1.01×10^{-4} ,即 $Q = 1.01 \times 10^{-4} m/\sqrt{s^3}$,与标称参数数量级相同,说明 Allan 方差可靠性较好。但方框内曲线比较杂乱,无法清楚地判断噪声类型。原因是设备需要一定时间的初始化,该过程输出的数据不稳定,可能混有误差。去除前 10 min 的数据,减少数据中可能混有的粗差,再次得到 Allan 方差图,如图 5(b)。不同于图 5(a),方框内直线斜率为 $+0.43$,判定为随机游走。可见,粗差影响了随机游走项的判读。

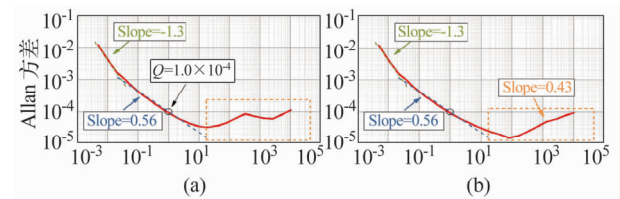


图5 陀螺加速度测量数据 Allan 方差图

Fig. 5 Allan plots of gyro acceleration data

图 6(a) 为 100 Hz 采样率的角速度数据的 Allan 方差图,图 6(b) 为 200 Hz 采样率的第一时段角速度 Allan 方差图。可以看到,两图前部斜率均为 -0.49 ,为白噪声,且在 $T=1$ 处函数值差别很小,白噪声参数 Q 分别为 $1.61 \times 10^{-3} ^{\circ}/\sqrt{s}$ 和 $1.64 \times 10^{-3} ^{\circ}/\sqrt{s}$,同样符合

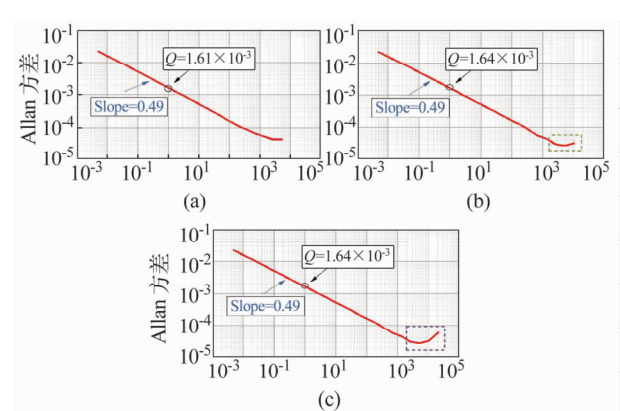


图6 陀螺角速度测量数据 Allan 方差图

Fig. 6 Allan plots of gyro angular velocity data

标称参数的量级。两种采样率下 Allan 方差提取的白噪声参数基本一致,表明采样率不影响 Allan 方差的分析结果。

图 6(c)是将 200 Hz 采样率的两个时段的角速度数据拼接后的 Allan 方差图。图 6(c)曲线前部与图 6(b)基本一致,故数据拼接后不影响原有的噪声特性,表明数据的不连续性不影响 Allan 方差的分析结果。图 6(b)绿色方框内有上升的趋势,但并不明显,无法确定噪声类型。而图 6(c)绿色方框内曲线仍继续上升,且斜率接近 +0.5,判定为随机游走。这是由于拼接后数据长度达到要求,Allan 方差图可表征出随机游走项。因此,对于 RW 和 GM 等长时间相关性的噪声,需保证足够的数据长度。

4 结 语

通过模拟数据分析随机序列内部属性对 Allan 方差分析结果的影响,得出以下结论:

- 1)数据长度对 Allan 方差分析结果无影响,但 RW、GM 检测需保证足够的数据长度。
- 2)采样率不影响 Allan 方差的分析结果。
- 3)数据不连续不影响 Allan 方差的分析结果。
- 4)粗差会导致 RW、GM 的 Allan 方差图像严重形变,而对 WN、FN 影响较小。

将上述性质应用到实测惯导数据的处理中,取得了较好结果,验证了这些性质的正确性,为 Allan 方差在测量数据噪声特性的检测提供了参考。

参 考 文 献

- 1 Han S. Quality-control issues relating to instantaneous ambiguity resolution for real-time GPS kinematic positioning[J]. Journal of Geodesy,1997,71(6):351 – 361.
- 2 Hartinger H,Brunner F K. Variances of GPS phase observations;the SIGMA-model[J]. GPS Solutions,1999,2(4):35 – 43.
- 3 Langbein J,Johnson H. Correlated errors in geodetic time series;Implications for time-dependent deformation[J]. Journal of Geophysical Research;Solid Earth,1997,102(B1):591 – 603.
- 4 Allan D W. Statistics of atomic frequency standards[C]. IEEE,1966.
- 5 Vagner M,Benes P,Havranek Z. Experience with Allan variance method for MEMS gyroscope performance characterization[R]. Graz,2012.
- 6 Hou H. Modeling inertial sensors errors using Allan variance[M]. University of Calgary,2004.
- 7 Niu X,Chen Q,Zhang Q,et al. Using Allan variance to analyze the error characteristics of GNSS positioning[J]. GPS Solutions,2014,18(2):231 – 242.
- 8 Zhang Q,Niu X,Chen Q,et al. Using Allan variance to evaluate the relative accuracy on different time scales of GNSS/INS systems[J]. Measurement Science and Technology,2013,24(8):85006.
- 9 IEEE standard specification format guide and test procedure for linear, single-axis, non-gyroscopic accelerometers[S]. 2011.