

文章编号:1671-5942(2014)06-0140-04

基于移动窗口的抗差自适应滤波算法研究^{* 1}

刘茂华¹⁾ 尹 潇²⁾ 吕志鹏³⁾ 王 岩¹⁾

(1) 沈阳建筑大学土木工程学院, 沈阳 110168
(2) 山东电力工程咨询院有限公司, 济南 250013
(3) 中国地震局第一监测中心, 天津 300180

摘 要 以先前历元最小二乘抗差解的中误差均值作为当前历元抗差解的精度阈值, 提出一种基于移动窗口的抗差自适应滤波算法。GPS/COMPASS 实时动态路车试验表明, 该算法可以提高差环境下的卫星导航定位精度。

关键词 抗差滤波; 自适应滤波; GPS/COMPASS; 实时动态; 移动窗口

中图分类号: P228.41

文献标识码: A

RESEARCH OF ROBUST ADAPTIVE FILTERING BASED ON MOVING WINDOW

Liu Maohua¹⁾, Yin Xiao²⁾, Lü Zhipeng³⁾ and Wang Yan¹⁾

(1) School of Civil Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168
(2) Shandong Electric Power Engineering Consulting Institute, Jinan 250013
(3) First Crust Monitoring and Application Center, CEA, Tianjin 300180

Abstract Robust adaptive filtering supposes that result of robust least square is accurate in current epoch. Through discrepancy between updated kinematic information and the measurements, navigation is adaptive. But in actual car navigation, rate of gross error is high, which makes accuracy of robust result drop. In order to solve this problem, this paper gives a robust adaptive filtering based on moving windows which regard mean error of robust least square solution of previous epochs as the threshold of current epoch. Experiments of road based on GPS/COMPASS real-kinematic positioning indicate that this algorithm can improve accuracy of navigation in urban environment.

Key words: robust filtering; adaptive filtering; GPS/COMPASS; real-time kinematic; moving window

动态定位与导航一般都应用卡尔曼滤波算法, 而只有在可靠的函数模型、随机模型及合理的估计方法下, 卡尔曼滤波解才可靠^[1]。但是, 在实测环境下, 运动载体一般难以保证规则运动, 因而精确函数模型的构造十分困难; 随机模型先验信息的获取一般是基于验前统计信息, 与实际情况也存在差异^[2]。因此, 如何利用当前观测信息和状态估值更新先验信息和补偿运动方程误差, 成为动态导航定

位研究的热点问题。其中, 文献[3]构造了抗差自适应滤波算法, 其思想是: 若观测值存在异常, 则对观测值采用抗差估计原则; 当动态模型存在异常误差时, 将动力模型信息作为一个整体, 采用统一的自适应因子调整动态模型信息对状态参数的整体贡献。该理论应用抗差估计原理控制观测异常的影响, 引进自适应因子控制动态模型误差的影响^[4]。但是, 抗差估计有效性的前提是低粗差率和重复迭

* 收稿日期: 2014-02-17

基金项目: 国家自然科学基金项目(41203159)。

作者简介: 刘茂华, 男, 1981 年生, 硕士, 讲师, 主要从事“3S”集成与应用研究。E-mail: liumaohua1115@126.com。

代,因而在高速动态系统以及多路径复杂的城市环境中,观测方程的抗差解有效性会降低。此时根据状态不符值进行自适应滤波反而会提高抗差解的权,使得状态解出现异常。本文根据先前历元的观测信息,求得一个抗差解精度的门限值。如果存在状态不符值超过更大的一个经验限值,则认为当前历元的观测信息与预测信息均出现了异常。这种情况下的状态参数解出现异常,对其协方差矩阵膨胀,降低其对下一历元参数估值的影响。本文在多路径复杂的城区进行车载试验,分别采用一般卡尔曼滤波、抗差自适应滤波和本文算法进行对比分析。

1 抗差自适应滤波模型

卡尔曼滤波模型一般分为状态方程和观测方程,状态方程主要反映载体的运动规律,且考虑了载体的噪声;观测方程有线性性和非线性之分,非线性的可以线性化^[5]。卡尔曼滤波的状态方程和观测方程可表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_k = \Phi_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{W}_k \\ \mathbf{L}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \end{cases} \quad (1)$$

式中, k 为历元时刻; \mathbf{X}_k 为时刻 k 的状态向量; $\Phi_{k,k-1}$ 为状态转移矩阵; \mathbf{W}_k 为高斯白噪声过程误差向量; \mathbf{L}_k 为历元 k 时刻的观测向量; \mathbf{A}_k 为观测方程的系数阵; \mathbf{V}_k 为观测噪声向量。卡尔曼滤波的基本原理是序贯最小二乘,因而可以根据式(1)中的动态方程得到历元 k 时刻的预报值 $\bar{\mathbf{X}}_k$ 及其协方差阵 $\Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_k}$:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{X}}_k = \Phi_{k,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \\ \Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_k} = \Phi_{k,k-1} \Sigma_{\hat{\mathbf{X}}_{k-1}} \Phi_{k,k-1}^T + \Sigma_{\mathbf{W}_k} \end{cases} \quad (2)$$

式中, $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$ 为 $k-1$ 时刻的状态向量估值; $\Sigma_{\hat{\mathbf{X}}_{k-1}}$ 为历元 $k-1$ 时刻状态向量估值的协方差阵。由此可以得到状态预测信息向量的误差方程和观测信息的误差方程:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{\bar{\mathbf{X}}_k} = \hat{\mathbf{X}}_k - \bar{\mathbf{X}}_k \\ \mathbf{V}_k = \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{X}}_k - \mathbf{L}_k \end{cases} \quad (3)$$

式中, $\hat{\mathbf{X}}_k$ 为 k 时刻的状态向量估值。为控制观测异常和状态预测信息异常对状态参数估值的影响,构造如下极值原则^[2]:

$$\Omega_k = \mathbf{V}_k^T \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{V}_k + \alpha_k \mathbf{V}_{\bar{\mathbf{X}}_k}^T \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{X}}_k} \mathbf{V}_{\bar{\mathbf{X}}_k} = \min \quad (4)$$

式中, $\bar{\mathbf{P}}_k$ 为 \mathbf{L}_k 的抗差等价权矩阵; α_k 为自适应因子。由于对观测向量采用了抗差估计原则,对状态预测信息采用了自适应估计原则,于是式(4)称为抗差自适应原则。式(4)对状态参数向量 $\hat{\mathbf{X}}_k$ 求极值后有:

$$\mathbf{A}_k^T \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{V}_k + \alpha_k \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{X}}_k} \mathbf{V}_{\bar{\mathbf{X}}_k} = 0 \quad (5)$$

将式(3)代入式(5),即可得到状态参数向量的抗差

自适应滤波解:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = (\mathbf{A}_k^T \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{A}_k + \alpha_k \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{X}}_k})^{-1} (\mathbf{A}_k^T \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{L}_k + \alpha_k \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{X}}_k} \bar{\mathbf{X}}_k) \quad (6)$$

对式(6)矩阵恒等变换可得:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_k &= \bar{\mathbf{X}}_k + \frac{1}{\alpha_k} \Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_k} \mathbf{A}_k^T \\ &\left(\frac{1}{\alpha} \mathbf{A}_k \Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_k} \mathbf{A}_k^T + \Sigma_k \right)^{-1} (\mathbf{L}_k - \mathbf{A}_k - \mathbf{A}_k \bar{\mathbf{X}}_k) \end{aligned} \quad (7)$$

式中, Σ_k 为 \mathbf{L}_k 的抗差等价协方差矩阵。此时的卡尔曼增益矩阵为^[6]:

$$\bar{\mathbf{K}}_k = \frac{1}{\alpha_k} \Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_k} \mathbf{A}_k^T \left(\frac{1}{\alpha_k} \mathbf{A}_k \Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_k} \mathbf{A}_k^T + \Sigma_k \right)^{-1} \quad (8)$$

根据协方差矩阵传播定律,并顾及 \mathbf{L}_k 和 $\bar{\mathbf{X}}_k$ 不相关,可写出 $\hat{\mathbf{X}}_k$ 的协方差矩阵为:

$$\Sigma_{\hat{\mathbf{X}}_k} = (\mathbf{I} - \bar{\mathbf{K}}_k \mathbf{A}_k) \Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_k} / \alpha_k \quad (9)$$

上述式(2)、(7)、(8)和(9)即为抗差自适应滤波的基本方程式,其中自适应因子由状态不符值统计量求得。状态不符值统计量构造为^[2]:

$$\Delta \bar{\mathbf{X}}_k = \frac{\|\bar{\mathbf{X}}_k - \bar{\mathbf{X}}_k\|}{\sqrt{\text{tr}(\Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_k})}} \quad (10)$$

式中, $\bar{\mathbf{X}}_k$ 为状态参数向量的抗差解; tr 表示迹,为矩阵对角线元素之和。采用二段函数法的自适应因子可定义为^[7]:

$$\alpha_k = \begin{cases} 1, & |\Delta \bar{\mathbf{X}}_k| \leq c \\ \frac{c}{|\Delta \bar{\mathbf{X}}_k|}, & |\Delta \bar{\mathbf{X}}_k| > c \end{cases} \quad (11)$$

式中, c 为常数,可在1.0~2.5之间取值^[2]。对于抗差估计,学者提出了许多有效方法^[8-10]。文献[8]中的等价权函数可以表示为:

$$\bar{P}_i = \begin{cases} P_i, & |\bar{V}_i| \leq c \\ P_i \frac{c}{|\bar{V}_i|}, & |\bar{V}_i| > c \end{cases} \quad (12)$$

式中, \bar{V}_i 为标准化残差; c 为常数,可取2.5^[8]。

2 移动窗口抗差自适应滤波模型

等价权函数的标准化残差包含了各种误差的影响,并不能真正反映观测值 i 的粗差大小,因而对于高粗差率的环境,抗差估计的有效性会有所降低。为了估计当前历元抗差解的精度,可以通过计算样本抗差解中误差作为当前历元抗差解精度的阈值。由于单历元观测信息冗余度小,采用多历元移动平滑可以增加可靠度^[11]。模型如下:

$$\bar{\sigma}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{V}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{V}_i}{r_i} \quad (13)$$

式中, $\bar{\sigma}_k$ 为 k 历元的抗差有效解精度阈值; \mathbf{V}_i 、 \mathbf{P}_i 、 r_i 为 i 历元的残差向量、观测权阵以及多余观测数; N

为计算窗口宽度。考虑到利用历史信息进行平滑会掩盖当前的信息特征,引入与时间相关的遗忘因子,将式(13)改进为:

$$\bar{\sigma}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \rho_i \frac{\mathbf{V}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{V}_i}{r_i} \quad (14)$$

式中,定义 ρ_i 为:

$$\rho_i = \left(\frac{i}{N} \right)^i, i \in \{1, 2, 3, \dots, N\} \quad (15)$$

如果当前历元抗差解的中误差小于阈值,则认为抗差解有效;否则,认为抗差解的有效性不满足精度,自适应因子取倒数。如果状态不符值超过比较大的经验值,则认为当前历元的预测信息与观测信息总体异常,可以降低当前历元状态估值的权。修改后的自适应因子可以表示为:

$$\alpha_k = \begin{cases} 1 & |\Delta \tilde{X}_k| \leq c \\ \frac{c}{|\Delta \tilde{X}_k|} & |\Delta \tilde{X}_k| > c \& \tilde{\sigma}_k \leq \bar{\sigma}_k \\ \frac{|\Delta \tilde{X}_k|}{c} & |\Delta \tilde{X}_k| > c \& \tilde{\sigma}_k > \bar{\sigma}_k \end{cases} \quad (16)$$

3 算例分析

算例中,采用高精度 C/A 码伪距和多普勒频移值进行动态定位。建立动态模型时,将测站坐标 (x, y, z) 、测站速度 (v_x, v_y, v_z) 和接收机钟速 cdt 及速率 $c di$ 作为状态向量。观测时间为 2013-07-30,采样间隔为 1 s。精确结果由中海达 RTK 实时求得,作为已知值进行比较。处理时,分别按一般卡尔曼滤波方法、抗差自适应滤波方法和基于移动窗口的抗差自适应滤波方法 3 种方式处理。

滤波初值可由初始历元单点定位给出。动态模型方程协方差矩阵直接采用如下模型:

$$\Sigma_w = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} Q_x \Delta t^4 I_3 & & & \\ & Q_x \Delta t^2 I_3 & & \\ & & \frac{1}{4} Q_r \Delta t^4 & \\ & & & Q_r \Delta t^2 \end{bmatrix}$$

式中, Δt 为前后历元的时间间隔;位置谱密度 Q_x 和钟的谱密度 Q_r 根据导航车资料确定:

$$Q_x = 0.01, Q_r = 1\ 000$$

观测模型方差协方差按观测值类型给定:

$$\Sigma_k = \begin{bmatrix} \sigma_L^2 I_m & \\ & \sigma_D^2 I_m \end{bmatrix}$$

式中, I_m 为 m 阶单位阵。对于多普勒频移值和伪距观测值,根据静态试验,取 $\sigma_L = 1.0\text{ m}, \sigma_D = 0.1\text{ m}$ 。

图 1 为此次路测试验的轨迹图,穿越了某市市

区,环境比较复杂,观测数据容易出现粗差。3 种解算模型与 RTK 对比的差值序列见图 2~4,统计结果列于表 1。



图 1 车载轨迹图
Fig. 1 The vehicle trajectory

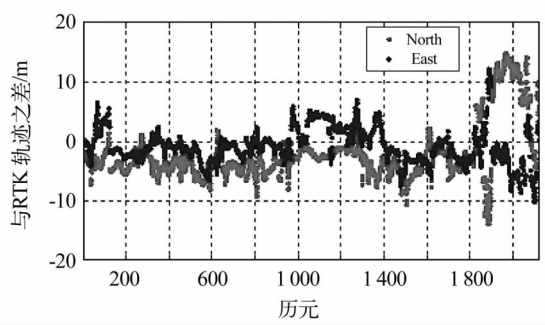


图 2 一般卡尔曼滤波轨迹与 RTK 轨迹对比的时间序列
Fig. 2 Time series contrast of general Kalman filtering trajectory and RTK trajectory

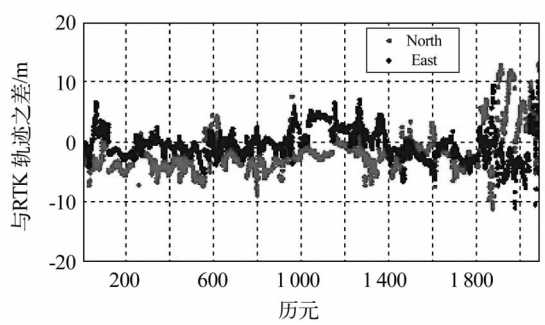


图 3 抗差自适应滤波轨迹与 RTK 轨迹对比的时间序列
Fig. 3 Time series contrast of robust adaptive filtering and RTK trajectory

对比图 2、3、4 可以看到,在历元 600~800 处,图 2、3 比图 1 在两个方向与 RTK 的吻合度更好;在历元 1 800~2 000 处,图 2、3 比图 1 的两个方向与 RTK 的吻合度更好;在历元 1 000~1 200 处,图 3 比图 1、2 两个方向与 RTK 吻合度更优;从整体时间序列上看,图 3 略优于图 2,图 2、3 明显优于图 1。

由表 1 可知,采用一般卡尔曼滤波算法的点

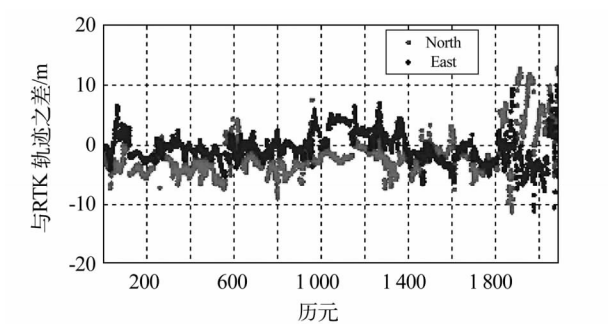


图4 基于移动窗口的抗差自适应滤波轨迹与RTK 轨迹对比的时间序列

Fig. 4 Time series contrast of robust adaptive filtering based on moving window and RTK trajectory

中误差为±6.0 m;采用抗差自适应滤波算法的点位中误差为±4.6 m;采用本文算法的自适应滤波算法的中误差为±4.2 m。抗差自适应算法精度优于一般卡尔曼滤波算法。

表1 中误差统计 RMS/m

Tab.1 Statistical mean square error of apoint(unit:m)			
方法	北方向	东方向	点位
一般卡尔曼滤波	5.16	3.05	6.00
抗差自适应滤波	3.86	2.62	4.66
本文算法	3.42	2.47	4.26

4 结 论

通过 GPS/COMPASS 双系统导航的实时路测试验,可以得到以下结论:

- 1)在城市环境下,抗差自适应滤波通过对观测信息异常和状态预测信息异常的抗差估计与自适应估计,精度明显优于一般卡尔曼滤波;
- 2)在高粗差率的情况下,基于移动窗口法的抗差自适应滤波算法,通过控制抗差估计的有效性,改进了抗差自适应滤波算法;
- 3)在比较稠密的城市环境下,采用本文算法的导航定位精度在±4 m左右。

参 考 文 献

1 杨元喜,何海波,徐天河. 论动态自适应滤波[J]. 测绘学报,2001,30(4):293-298. (Yang Yuanxi, He Haibo, Xu Tianhe. Adaptive robust filtering for kinematic GPS positioning[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2001, 30(4):293-298)

2 杨元喜. 自适应动态导航定位[M]. 北京:测绘出版社, 2006. (Yang Yuanxi. Adaptive navigation and kinematic positioning[M]. Beijing:Surveying and Mapping Press,2006)

3 Yang Y, He H, Xu G. Adaptively robust filtering for kinematic geodetic positioning [J]. Journal of Geodesy, 2001, 75(2/3):109-116.

4 杨元喜,任夏,许艳. 自适应抗差滤波理论及应用的主要进展[J]. 导航定位学报, 2013, 1(1):9-15. (Yang Yuanxi, Ren Xia, Xu Yan. Main progress of adaptively robust filter with applications in navigation[J]. Journal of Navigation and Positioning, 2013, 1(1):9-15)

5 胡丛玮,刘大杰. 基于方差分量估计原理的自适应卡尔曼滤波及其应用[J]. 测绘学院学报, 2002(1):15-18. (Hu Congwei, Liu Dajie. Adaptive Kalman filtering and its application based on variance component estimation[J]. Journal of Institute of Surveying and Mapping, 2002(1):15-18)

6 张双成. 一种基于 Bancroft 算法的 GPS 动态抗差自适应滤波[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2007, 32(4):309-311. (Zhang Shuangcheng. An adaptively robust filter based on Bancroft algorithm in GPS navigation[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2007, 32(4):309-311)

7 Yang Y, Xu T. New robust estimator for the adjustment of correlated GPS networks[C]. First Inter Sym on Robust Statistics and Fuzzy Techniques in Geodesy and GIS, IGP-Bericht, 2001.

8 杨元喜. 动态系统的抗差 Kalman 滤波[J]. 测绘学院学报, 1997, 14(2):79-84. (Yang Yuanxi. Robust Kalman filter for dynamic system[J]. Journal of Institute of Surveying and Mapping, 1997, 14(2):79-84)

9 王光鼎,张升康,杨汝良. 一种基于卡尔曼滤波处理的北斗卫星无源组合导航自适应野值剔除方法[J]. 电子与信息学报, 2008(8):1 981-1 984. (Wang Guangding, Zhang Shengkang, Yang Ruliang. An adaptive outlier algorithm based on Kalman filtering for Beidou satellite passive combination navigation[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2008(8):1 981-1 984)

10 崔先强. 动态定位有色噪声自适应抗差滤波理论的拓展与应用研究[D]. 西安:长安大学, 2012. (Cui Xianqiang. Development and application of filtering theory of robust dynamic positioning of colored noise adaptive [D]. Xi'an: Changan University, 2012)

11 何海波,杨元喜. GPS 观测量先验方差-协方差矩阵实时估计[J]. 测绘学报, 2001(1):42-47. (He Haibo, Yang Yuanxi. Real-time estimation of a prior variance-covariance for GPS observations[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2001(1):42-47)