

# 联合卫星双向时间频率传递和 GNSS 观测数据 确定重力位差和高程差

孔祥雪<sup>1</sup> 申文斌<sup>1</sup> 张胜军<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 武汉大学测绘学院,武汉市珞喻路 129,430079

**摘 要:**选取国际权度局发布的 4 个台站 2014-01-14~26 的卫星双向时间频率时钟频率之差观测序列及 GNSS 时钟频率之差数据序列,基于时钟比对法,确定了两地之间重力位差和高程差。与 EGM2008 模型结果检核表明,重力位差和高程差的标准差分别为 308.5 m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup> 和 31.5 m,实验结果与目前守时台站所采用原子钟的稳定度 10<sup>-15</sup> 量级基本一致。

**关键词:**卫星双向时间频率传递;GNSS;时间比对;重力位差;高程差

**中图分类号:**P228 **文献标识码:**A

Bjerhammar 最先提出相对论大地水准面的概念,即一个最接近于平均海水面的封闭曲面,在这个面上的所有精密时钟的运行速率相同,也称为等时率大地水准面<sup>[1]</sup>。通过精密时钟搬运手段(简称时钟比对法)可以确定两地之间的重力位差及海拔高,这一概念的提出可弥补传统意义下测定正高时人力物力耗费高、周期长等不足。申文斌等<sup>[2]</sup>基于广义相对论原理,提出等频大地水准面的概念,并且提出了与时钟比对法等价的利用广义相对论引力红移效应测定重力位差和高程差的重力频移法。

应用时钟比对法或重力频移法确定高程差的关键在于高精度的时频比对。自上世纪 70 年代开始,不同研究机构尝试利用不同手段检验引力红移(或重力频移)效应<sup>[3]</sup>,相对精度也在不断提高。早期有搬运钟直接比对技术,但由于不易控制环境影响,时间比对精度较低。随着卫星导航技术的发展,出现了各种 GNSS 传递方法,如共视(简称 CV)技术、全视(简称 AV)技术和载波相位(简称 CP)技术等高精度时间传递技术<sup>[4,5]</sup>。卫星双向时间频率(简称 TW)的应用使时间比对准确度和稳定度均有大幅提高。

## 1 TW 与 GNSS 组合

现阶段主要使用两种独立的时间比对技术<sup>[6-8]</sup>:GNSS(GPS, GLONASS 和 GALILEO)

和 TW。在时间比对技术中,GNSS 技术与 TW 技术各有利弊。GNSS 中的多种时间比对方法都使用了载波相位,这使得它的短期稳定度很高。此外,GNSS 观测方式价格低廉,采样率远高于国际上的 TW 链路,而且也不存在双向时间比对中的周日波动。但由于 CP 与钟的读数有一一对应的关系,及载波跟踪中断导致的周跳,单独的 CP 数据不能用于时间传递。尽管码观测可以作为绝对尺度,但精度稍低。TW 技术是一种对称的观测方式,它很大程度上消除了路径上的各种时延误差<sup>[9]</sup>,具有较好的长期稳定性,可以作为绝对时间尺度。但是 TW 价格昂贵,观测分辨率较低,且具有明显的 1~3 ns 的周日波动。

虽然 GNSS 和 TW 存在相似类型的误差,如测量噪声、偏移等,但它们相互独立,因此,如果联合两种观测量,则可有效降低或消除干扰<sup>[10]</sup>。联合 TW 与 GNSS,其链路具有如下优越性<sup>[11]</sup>:1)可在 GNSS 和 TW 之间提供更好的相对稳定性;2)能修复破坏的原始测量数据,如链路中的空白、跳跃、不连续性和漂移;3)可保持 TW 校准的准确性和 GNSS CP 短期的稳定性;4)可充分利用 TW 与 GNSS 链路中存在的附加链路提高测量精度。

## 2 时钟比对法确定重力位差和高程差

国际权度局 BIPM 按月发布间隔 2 h 的联合全球 TW 与 GNSS 的统一时钟频率与各地实验

室之间的时钟频率之差比对数据。该比对是以德国国家计量院(PTB)为基准的 TAI 时间链路比对。这种联合数据同样具有 TW 链路的特性。

假设某一时刻  $A$  和  $B$  两站的 TAI 差为  $\Delta t_{ABi}$ 。对两个台站之间的时钟频率之差序列作线性拟合得到直线,该直线的斜率即为两地原子钟在一段时间  $\tau$  内的平均相对频率差,可表示为:

$$\frac{f_B-f_A}{f}=\frac{\Delta f}{f}=\frac{\Delta t_{ABi+\tau}-\Delta t_{ABi}}{\tau}$$

(1)

式中,  $f$  是固有频率,  $\Delta f$  是  $A$ 、 $B$  两地时钟之间的守时频率之差。在经历一个标准时间段  $\Delta T_0$  之后,  $A$  和  $B$  两站的时钟所记录的时间段  $\Delta T_A$  和  $\Delta T_B$  可分别表示为:

$$\begin{aligned}\Delta T_A &= \Delta T_0(1+W_A) \\ \Delta T_B &= \Delta T_0(1+W_B)\end{aligned}$$

(2)

如果将  $\Delta T_A$  作为标准时间段, 则:

$$\Delta T_B=\Delta T_A\frac{(1+W_B)}{(1+W_A)}=\Delta T_A(1+\Delta W_{AB})$$

(3)

其中,  $\Delta W_{AB}$  为  $A$  和  $B$  之间的重力位差, 可表示为:

$$\Delta W_{AB}=\frac{\Delta T_B-\Delta T_A}{\Delta T_A}$$

(4)

其中,  $\Delta T_B-\Delta T_A$  是两地守时之差。高程差可近似地由下式确定:

$$\Delta W_{AB}=\bar{\gamma}H_{AB}$$

(5)

其中,  $\bar{\gamma}$  是地表平均正常重力, 本文取  $\bar{\gamma}=9.8\text{ m/s}^2$ 。由此可计算任意两点  $A$  和  $B$  之间的重力位差和高程差。

由于 4 个台站两两配对, 形成多余观测, 可采用小型网平差方法进行优化, 以便提高待估参数(重力位差及高差)的估值精度。

平差模型如下: 设被估计量的参数向量  $\mathbf{X}$ , 观测向量为  $\mathbf{L}$ , 观测误差为  $\mathbf{\Delta}$ , 观测方程可写成:

表 1 台站大地坐标和 EGM2008 模型重力位

Tab. 1 Geodetic coordinates and EGM2008 model gravity potential

台站名	纬度/(°)	经度/(°)	大地高/m	EGM2008 重力位/ $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$
PTB	52.297 2	10.460 5	143.41	62 635 246.196 117 31
AOS	52.275 4	17.076 8	120	62 635 417.768 091 61
VSL	52.985 5	4.388 0	76.80	62 636 086.837 490 07
OP	48.835 9	2.335 0	78	62 635 726.042 450 20

表 2 根据观测值的计算结果与 EGM2008 模型预测值的比较

Tab. 2 Comparisons between the EGM2008 model predictions and the calculated values based on observations

两站之差	EGM2008 模型值		基于观测数据计算的结果	
	重力位差/ $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$	高程差/m	重力位差/ $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$	高程差/m
PTB-VSL	-1,075.190 7	-109.937 6	-568.354 6	-58.114 0±0.010 4
PTB-AOS	-171.572 0	-17.543 2	-251.472 6	-25.712 9±0.054 0
PTB-OP	-479.846 3	-49.064 0	-268.990 6	-27.504 2±0.002 6
VSL-AOS	669.069 4	68.272 4	316.882 0	32.401 0±0.017 1
VSL-OP	360.795 0	36.815 8	299.364 0	30.609 8±0.002 6
AOS-OP	-308.274 4	-31.520 9	-17.518 0	-1.791 2±0.033 1

$$\mathbf{L}=\mathbf{B}\mathbf{X}+\mathbf{\Delta}$$

(6)

设  $\mathbf{X}$  的估值为  $\hat{\mathbf{X}}$ , 则误差方程式为:

$$\begin{aligned}V_i &= \hat{X}_1 - L_i, i=1,2,3 \\ V_4 &= (\hat{X}_2 - \hat{X}_1) - L_4 \\ V_5 &= (\hat{X}_3 - \hat{X}_1) - L_5 \\ V_6 &= (\hat{X}_3 - \hat{X}_2) - L_6 \\ [V_1\ V_2\ \cdots\ V_6]^T &= \end{aligned}$$

(7)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} [\hat{X}_1\ \hat{X}_2\ \cdots\ \hat{X}_6]^T - [L_1\ L_2\ \cdots\ L_6]^T = \begin{matrix} \mathbf{B}\hat{\mathbf{X}}-\mathbf{L} \\ 6\times 3\qquad\qquad 6\times 1 \end{matrix}$$

(8)

按最小二乘准则, 使  $\mathbf{V}^T\mathbf{P}\mathbf{V}=\min$ , 并顾及单位权  $\mathbf{P}=\mathbf{E}$ , 在条件  $\mathbf{V}^T\mathbf{V}=\min$  之下解得:

$$\hat{\mathbf{X}}=(\mathbf{B}^T\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{L}$$

(9)

3 数据处理与分析

选择 PTB(德国)、AOS(波兰)、OP(法国)、VSL(荷兰)4 个台站 2014-01-14~26 任意 2 个台站之间 TW 与 GNSS 数据联合的时钟频率之差序列(表 1)。

首先根据时钟频率之差序列进行多项式拟合及确定趋势项, 在假定原子钟不存在系统误差的前提下, 这一趋势项表示两地原子钟之间的频率之差。然后根据式(3)、(4)和最小二乘法计算出两台站之间的重力位差和高程差及相应的精度评估(表 2)。另一方面, 利用各台站坐标信息(表 1)和地球重力场模型 EGM2008<sup>[12]</sup>, 计算出各站点的模型重力位(表 1 最后一列), 进而求得每对站点之间的模型重力位差和高程差(表 2)。

由表 2 可知,重力位差与高程差的计算值与对应的理论模型值之间的平均差值分别为  $-85.821\ 5\ \text{m}^2/\text{s}^2$  和  $-8.811\ 0\ \text{m}$ ,标准差分别为  $308.507\ 4\ \text{m}^2/\text{s}^2$  和  $31.497\ 9\ \text{m}$ 。

4 个台站中任意台站对之间的时钟频率之差序列的一阶线性拟合及多项式拟合结果如图 1 所示(采样率 2 h)。由于任意两个台站之间的重力位差反映在两个台站之间的时钟运行速率之差是线性项,因此,提取线性项作为观测结果。其他高阶项是随机误差或系统误差。

从图 1 的拟合结果可以看出,任意两个台站间的时钟频率之差序列与趋势项有一定出入,特别是与 VSL 台站相关的频率之差与线性拟合出入较大。这表明,由台站时钟频率之差序列计算得出的重力频移并不仅由两地重力位差引起,还包含其他误差源的影响。

基于观测值测定的重力位差和高程差与相应

的 EGM2008 模型值之间可能存在一定差异,其主要误差源可归结为以下几个原因。1)虽然联合使用了 TW 与 GNSS 数据,TW 具有双向观测优势,但仍有一部分因素影响卫星双向时间比对精度,其中在信号传播过程中,为避免信号干扰,使上下行链路的频率不同,但同时由于频率不同,导致上下行大气传输路径时延误差不能完全抵消。该误差主要由电离层误差引起<sup>[13]</sup>。2)在卫星双向时间频率传递过程中,地面站只是相对于地球表面静止不动,但实际上它随地球的自转而运动,会产生 Sagnac 效应。此外,由于卫星相对于地面作周日运动,这也使得 Sagnac 效应的影响具有周日变化特征,振动幅度与卫星的运动幅度直接相关<sup>[10]</sup>。3)原子钟是 TW 观测中的误差来源,由于目前采用的守时系统时钟的精度有限(相对精度约  $10^{-14} \sim 10^{-15}$  量级),观测值也只能达到相应精度水平。

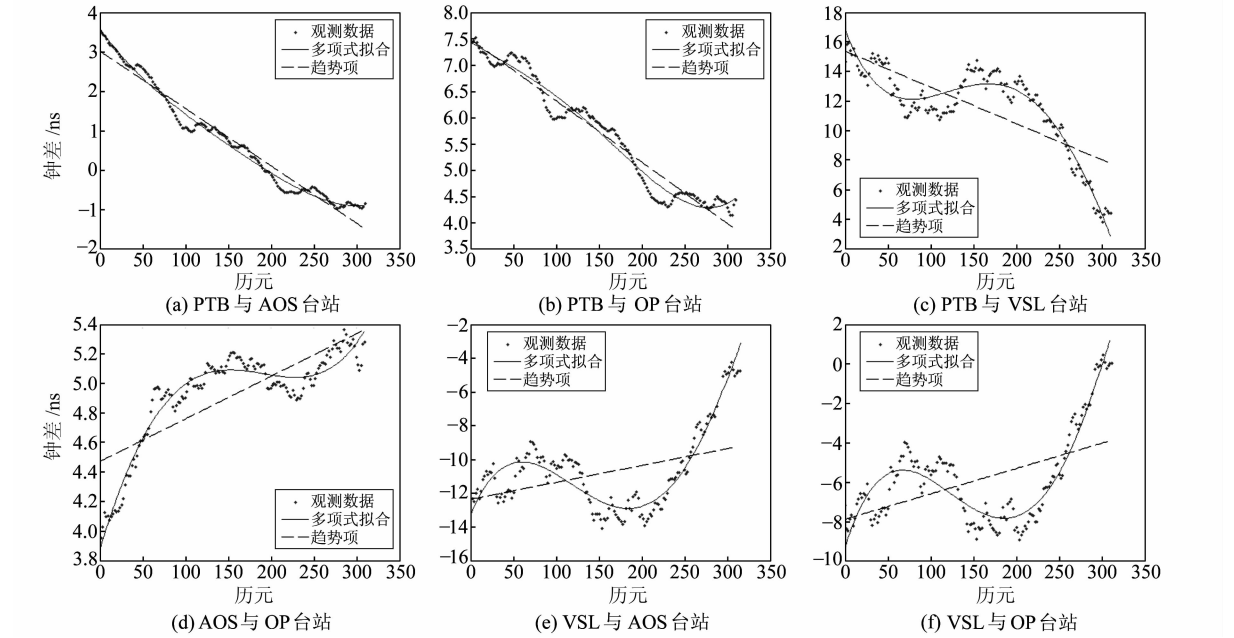


图 1 4 个台站中任意两个台站时钟频率差序列的线性拟合

Fig. 1 Linear fit of the clock frequency difference sequence between any two of the four clock stations

4 结 语

根据重力频移方程得出的高程差的计算值与对应的 EGM08 模型值的平均差值和标准差保持在 10 m 量级水平,实验结果与目前守时台站采用的守时系统的稳定度(约  $10^{-15}$  量级)基本一致,也与仅使用 TW 数据得到的结论一致。

基于时钟比对法,联合 TW 与 GNSS 时频比对观测数据确定重力位和海拔高,是一种新尝试。由时钟运行速率方程或重力频移方程可知,时间频率比对的观测精度直接影响确定重力位差和高程差

的精度。在时间频率比对的过程中,联合 TW 与 GNSS 观测数据,可充分发挥 TW 的长期稳定性和 GNSS 的短期稳定性优势,并有效消除或大大减弱沿路径的时间延迟影响。目前,科学家已研制出稳定度为  $10^{-18}$  量级的光钟,并提出高精度时间传递方法。由于时钟精度及时频比对精度不断提高,可望在不远的将来实现 cm 级精度海拔高确定。

参考文献

[1] Shen W B, Ning J, Liu J, et al. Determination of the Geopotential and Orthometric Height Based on Frequency Shift Equation[J]. Natural Science,2011,3(5):388-396

[2] Shen W B, Ning J, Chao D, et al. A Proposal on the Test of General Relativity by Clock Transportation Experiments [J]. Advances in Space Research, 2009,43(1):164-166

[3] Michael A H, Steven C, Achim P, et al. Equivalence Principle and Gravitational Redshift[J]. Physical Review Letters, 2011,106(15): 151 102

[4] Harmegnies A, Defraigne P, Petit G. Combining GPS and GLONASS in All-in-View for Time Transfer[J]. Metrologia, 2013, 50(3): 277

[5] Lejba P, Nawrocki J, Lemanski D, et al. Precise Point Positioning Technique for Short and Long Baselines Time Transfer[C]. European Frequency and Time Forum & International Frequency Control Symposium (EFTF/IFC), 2013

[6] Lin H T, Huang Y J, Tseng W H, et al. The TWSTFT Links Circling the World[C]. Frequency Control Symposium (FCS),IEEE, 2014

[7] Hwang S, Yu D. Clock Synchronization of Pseudolite Using Time Transfer Technique Based on GPS Code Measurement [J]. International Journal of Software Engineering and Its Applications ,2014, 8(4):35-40

[8] Ido T, Fujieda M, Hachisu H, et al. Direct Frequency Comparison of Intercontinentally Separated Sr Lattice Clocks Using Carrier-Phase Two-Way Satellite Frequency Transfer [C]. Frequency Control Symposium (FCS), IEEE, 2014

[9] Bauch A, Piester D, Fujieda M, et al. Directive for Operational Use and Data Handling in Two-Way Satellite Time and Frequency Transfer (TWSTFT)[J]. Rapport BIPM, 2011, (1):25

[10] 刘洋,申文斌,夏敏,等. 利用 GPS 共视法确定重力位差及海拔高的实验研究[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2011, 36(6): 640-643 (Liu Yang, Shen Wenbin, Xia Min, et al. Experimental Study of Gravity and Altitude Difference is Determined Using GPS Common-View Method [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2011, 36(6): 640-643)

[11] Jiang Z, Arias E F. Use of the Global Navigation Satellite Systems for the Construction of the International Time Reference UTC [C]. China Satellite Navigation Conference (CSNC),2013

[12] Nikolaos K P, Simon A H, Steve C K. The Development and Evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008)[J]. Geophys Res, 2012, 117(B4): 1-38

[13] 武文俊. 卫星双向时间频率传递的误差研究[J]. 天文学报, 2013, 54(4): 403-404 (Wu Wenjun. Two-Way Satellite Time and Frequency Transfer Error [J]. Astronomical Journal, 2013, 54 ( 4 ) : 403-404)

Determination of the Geopotential and Orthometric Height Difference  
Based on the Two-Way Satellite Time and Frequency Transfer  
and GNSS Observations

KONG Xiangxue<sup>1</sup> SHEN Wenbin<sup>1</sup> ZHANG Shengjun<sup>1</sup>

1 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China

**Abstract:** According to general relativity theory, the running rate and orthometric height of precise clock's are closely related, and consequently the height difference can be determined by measuring the running rate difference between two clocks located at two stations. Using the time-frequency difference in observation series by the two-way satellite time and frequency transfer and those by GNSS at four stations released by the Bureau International des Poids et Mesures, we determine the geopotential difference and height difference between arbitrary pairs of the four stations based upon the clock comparison method. Compared to the EGM2008 model results, the standard deviations of the geopotential and height differences are respectively  $308.5\text{ m}^2/\text{s}^2$  and  $31.5\text{ m}$ . Experimental results are consistent with the current stability level  $10^{-15}$  of the atomic clocks equipped in the time-keeping stations.

**Key words:** two-way satellite time and frequency transfer; GNSS; time comparison; geopotential difference; orthometric height difference