

# 基于绝对重力基准控制的流动重力观测资料 动态平差方法研究

康开轩<sup>1,2</sup> 李 辉<sup>1,2</sup> 申重阳<sup>1,2</sup> 孙少安<sup>1,2</sup> 郝洪涛<sup>1,2,3</sup>

1 中国地震局地震研究所(地震大地测量重点实验室),武汉市洪山侧路 40 号,430071  
2 中国地震局地壳应力研究所科技创新基地,武汉市洪山侧路 40 号,430071  
3 中国科学院大学,北京市玉泉路甲 19 号,100039

**摘 要:**选取滇西重力测网 1986~2009 年流动重力观测资料及下关、丽江、昆明 3 个绝对重力基准点多年复测资料作基准控制,采用线性速率模型拟合观测过程中重力场的时变信息,建立绝对重力基准点约束下的动态平差模型,讨论段差观测值及绝对重力基准观测值协方差矩阵的构建、平差模型初值选取及迭代计算等细节问题。经分析,测区内测点的重力年变率范围为 $(-0.039\ 5\sim0.024\ 1)\times10^{-5}\text{ms}^{-2}/\text{a}$ ,精度范围为 $(0.001\sim0.029\ 8)\times10^{-5}\text{ms}^{-2}/\text{a}$ ,与分期静态平差拟合结果的差异约为 $(0.003\sim0.020)\times10^{-5}\text{ms}^{-2}/\text{a}$ 。在处理全国网和较大面积的区域网多年重复观测的重力资料时,尤其是多网多期重力资料联合处理时,应采用动态平差模型来获得统一时间基准和空间基准的重力变化。

**关键词:**流动重力观测;动态平差;重力年变率;绝对重力基准;时间基准  
**中图分类号:** P315.7 **文献标识码:** A

我国流动重力观测<sup>[1]</sup>自 20 世纪 60 年代起积累了大量宝贵资料,如何统一时间基准,整合不同空间尺度的重力网多期复测资料,得到重力空间变化趋势背景场,是目前亟需解决的问题<sup>[2]</sup>。重力监测网是一种动态监测网,重力测量资料是一种时序观测值<sup>[3]</sup>。目前,大多数重力测网解算采取的平差模型均为分期经典平差算法,该算法是基于静态重力场背景下的,即假设在测网观测期间各个观测点的重力值是常数<sup>[2]</sup>。实际上,由于地球系统复杂的动力学过程,导致地球表面重力场随时间发生变化<sup>[4]</sup>。在相对重力联测数据处理中,时变重力场潮汐信号(如固体潮、海潮、极潮)以及气压、温度等环境因素引起的区域重力非潮汐效应,可采用相对完善的数学物理模型加以改正<sup>[5-7]</sup>,但时变重力场中因地壳形变、构造运动等地球动力学因素引起的长期变化趋势往往被忽略。动态平差法对静态分期平差有良好的概括性,可以同时处理包括不完整观测的多期观测数据。建立基于绝对重力基准控制的多期流动重力观测的动态平差方法与模型可有效解决多网多期资料整体解算问题<sup>[2]</sup>。

本文拟将动态平差原理应用于滇西重力测网 1986~2009 年共 52 期流动重力观测数据的处理,采用线性速率模型拟合重力背景场长期趋势;优化方程解算,对变化率参数作显著性检验,剔除变化不显著的参数,使速率模型更接近真实物理场;采用 Helmert 方差分量估计方法实现基于验后信息调整不同期次测量中不同仪器观测值的权重,保证精密重力网测量多期数据联合解算结果的合理性。

## 1 原理与模型

相对重力联测网平差的基本元素为相邻测站  $i$ 、 $j$  的重力段差观测值  $\Delta g_{ij}$ ,满足基本观测方程<sup>[5]</sup>:

$$g_i - g_j - \Delta g_{ij} = 0 \tag{1}$$

式中,  $g_i$ 、 $g_j$  分别为测站  $i$ 、 $j$  的未知重力值。考虑弹簧重力仪格值系统误差及仪器漂移的影响,引入仪器格值函数  $\Delta F(L_k, P_k)$  和仪器线性漂移率  $D_k$ ,则:

$$g_i - g_j - \Delta g_{ij} - \Delta F(L_k, P_k) - D_k \Delta t_{ij} = 0 \tag{2}$$

式中,  $\Delta F(L_k, P_k)$  为长波项系数  $L_k$  和周期项系数  $P_k$  的函数,这里采用李辉等<sup>[5]</sup>提出的数学模型。

考虑到重力场在观测过程中不是恒定不变的,即式(2)中未知数  $g_i, g_j$  均为时间的函数,本文拟引入动态参数——重力变化率来描述时变重力场长期变化趋势。为此,选定基准时间  $t_0$ , 时间  $t$  处的重力场模型为  $g(t) = g(t_0) + (t - t_0)\dot{g}$ , 其中  $g(t_0)$  为基准时间  $t_0$  处的重力场,  $\dot{g}$  为重力变化率。由此得到测段  $\Delta g_{ij}$  在观测时刻  $t$  处的观测方程:

$$g_i^{t_0} + (t - t_0)\dot{g}_i - [g_j^{t_0} + (t - t_0)\dot{g}_j] - \Delta g_{ij}^t - \Delta F^t(L_k, P_k) - D_k \Delta t_{ij} = 0 \quad (3)$$

式中,基准时间  $t_0$  处的重力值为  $g^{t_0}$ 、重力变化率为  $\dot{g}$ , 仪器线性漂移率为  $D_k$ , 格值系数  $L_k, P_k$  为未知变量(若仪器格值系数由基线标定精密确定,则  $L_k, P_k$  为已知参数)。上述函数模型的系数阵列秩亏,为得到平差参数的最小二乘解,测网必须具有足够的起算数据,即要采用合适的平差基准对测网进行约束<sup>[5]</sup>。约束条件采用绝对重力基准:

$$\begin{cases} \hat{G}_i^{t_0} - G_i^{t_0} = 0 \\ \hat{G}_i - \dot{G}_i = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $G_i^{t_0}, \dot{G}_i$  为基准点  $i$  多期绝对重力观测结果经加权最小二乘回归拟合得到的基准时间  $t_0$  处的重力值及重力变化率。式(3)和(4)组成基于重力变化率参数解算的动态平差的函数模型。参与多期相对重力联测资料整体平差的观测值包括相互独立的两类测量数据:重力段差观测值和绝对重力基准观测值,即  $l = [\Delta g^T \mid G^T]^T$ 。平差随机模型由观测值协方差矩阵确定:

$$C_l = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} k_1 C_{\Delta g} & 0 \\ 0 & k_2 C_G \end{bmatrix} \quad (5)$$

## 2 模型解算细节

### 2.1 数据描述

选取滇西重力网 1986~2009 年共 52 期相对重力联测数据进行整体动态平差解算,并采用下关重力基准点 1986~2009 年、丽江与昆明重力基准点 1986~2001 年的绝对重力复测资料作基准控制。该网以下关为中心布设,北到丽江、攀枝花一线,南抵云县一带,主要监控红河断裂带北段区域构造活动的重力效应<sup>[6]</sup>。自 1985 年以来,滇西重力网重力测量采用 LCR-G 型相对重力仪每年进行 2~3 期流动重力测量,前后共使用过的仪器达 12 台,测量精度约为  $(7 \sim 10) \times 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$ 。

### 2.2 观测值协方差矩阵的构建

#### 2.2.1 重力段差观测值协方差阵 $C_{\Delta g}$ 的构建

多期相对重力联测的段差观测值协方差阵由重力仪性能、测网布设情况、仪器运输过程及野外

观测环境、观测者个人技术等多种因素共同决定。各期观测数据之间相互独立,协方差阵可表示为:

$$C_{\Delta g} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 Q_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_l^2 Q_l \end{bmatrix}$$

其中,  $\sigma_i$  为第  $i$  期观测数据的先验中误差,  $Q_i$  为第  $i$  期观测数据的协方差阵。

段差观测值的协方差阵  $Q_i$  的确定应考虑单程段差观测值的精度以及相邻段差观测值之间的相关系数。Pagiatakis 等<sup>[8]</sup>的研究结果表明,弹簧型重力仪观测数据不可避免地受到仪器零漂的影响,区域重力观测中重力仪在相邻两重力测点间漂移量与测段观测时间相关,单程段差观测数据的精度与段差观测时间  $\Delta t_{ij}$  成反比,段差观测值的权可依据其观测时间的倒数确定。滇西测网测点平均间距约 30 km,段差观测时间约为 30 min~2 h,均值约 1 h。为合理估算仪器零漂对各段差观测值精度的影响,采取类似 Pagiatakis<sup>[8]</sup>的方案:段差观测时间  $\Delta t_{ij}$  在 30 min 以内的段差观测值比例系数  $\text{factor}^{\text{drift}}$  为 1;  $\Delta t_{ij}$  大于 2 h,  $\text{factor}^{\text{drift}}$  为 2;  $\Delta t_{ij}$  在上述区间的段差采用线性插值计算比例系数。

另外,相对重力联测的段差观测值是一种非独立观测量。流动重力野外观测一般采用测线往返观测的方案,相邻段差观测值均由公共重力测点相连,因此,相对重力联测结果必须采用相关平差才是严密的。刘少府等<sup>[9]</sup>基于相关系数法确定相邻段差观测值理论相关系数为 -0.5,实际观测数据的相关系数在 0.5 左右,只有极个别的偏大或偏小。设相邻段差观测值相关系数为 -0.5,第  $i$  期段差观测数据的协方差阵为<sup>[9]</sup>:

$$Q_i = \begin{cases} (\text{factor}_{k1}^{\text{drift}})^2 & k1 = k2 \\ -0.5 \cdot \text{factor}_{k1}^{\text{drift}} \cdot \text{factor}_{k2}^{\text{drift}} & |k1 - k2| = 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

#### 2.2.2 绝对重力基准观测值协方差阵 $C_G$ 的构建

不同类型的绝对重力仪的观测精度不同。滇西重力网中昆明、丽江、下关绝对重力观测在 20 世纪 70 年代末、80 年代初主要采用意大利 IMGC 型和我国 NIM 型绝对重力仪,测量精度约为  $(10 \sim 15) \times 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$ ; 90 年代以来采用德国和芬兰 JILAG 型重力仪,测量精度约  $5 \times 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$ ; 1995 年之后引进由美国研制的 FG5 绝对重力仪,测量精度可达  $(1 \sim 2) \times 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$ <sup>[10]</sup>。多期绝对重力观测资料<sup>[11]</sup>按不同类型重力仪观测精度组成权函数阵,采用加权最小二乘回归拟合得到各基准点重力值、重力变化率及精度(图 1)。绝

对重力基准观测值协方差阵  $C_G$  由上述最小二乘拟合参数误差估值确定。

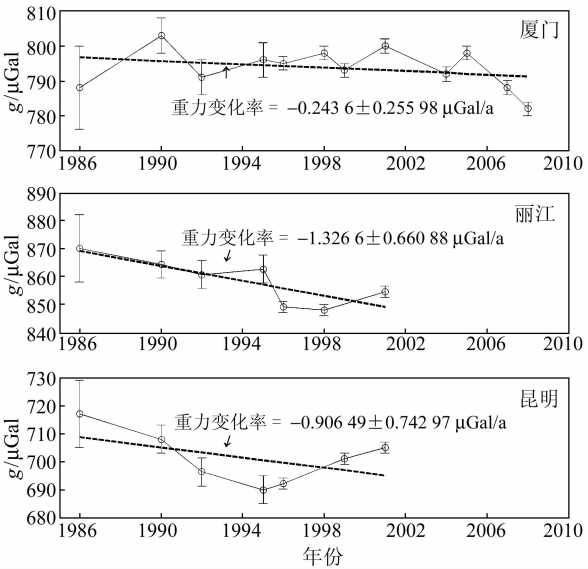


图 1 绝对重力基准点重力时变曲线  
Fig. 1 The time series of absolute gravity measurements

2.3 模型初值选取及迭代计算

测网各相对联测点重力值初值  $g^{(0)}$  和重力变化率初值  $\dot{g}^{(0)}$  由多期重力相对联测结果加权最小二乘回归拟合获得, 权重采用各期数据实测精度, 仪器格值系数和线性漂移率的初值均由仪器短基线标定结果获得。

为客观分配观测值协方差矩阵中段差观测值和绝对重力观测值的权重比例, 采用 Helmert 方差分量估计原理<sup>[12]</sup>, 根据验后信息使两种独立观测值的权重趋于合理, 迭代计算终止条件为  $|k_1^2 - k_2^2| \leq 0.000\ 1$  ( $k_1$ 、 $k_2$  为式(5)中的比例因子)。

3 平差结果及精度

对清理后的滇西重力测网 1986~2009 年共 52 期流动重力观测资料进行整体动态平差解算, 选定数据长度区间的中间年份(1998 年)为基准时间, 昆明、丽江、下关绝对重力观测为空间基准控制, 得到平差后各测点相对于基准时间的重力值和重力变化率。经统计, 测区内各测点的重力年变率范围为  $(-0.039\ 5 \pm 0.024\ 1) \times 10^{-5}\text{ ms}^{-2}/\text{a}$ , 精度范围为  $(0.001 \pm 0.029\ 8) \times 10^{-5}\text{ ms}^{-2}/\text{a}$ 。由于流动重力多年复测的实测网形不可能完全一致, 各测点的复测次数是不同的。由图 2 的测点年变率解算精度与复测次数的统计结果可以看出, 测点重力变化率精度与测点的复测次数相关, 复测次数小于 15 的测点解算精度相对较差, 最大可达  $\pm 0.029 \times 10^{-5}\text{ ms}^{-2}/\text{a}$ ; 复测次数 15~35 的测点, 精度约为  $\pm 0.002 \times 10^{-5}\text{ ms}^{-2}/\text{a}$ ;

复测次数大于 35 的测点, 精度约为  $\pm 0.001 \times 10^{-5}\text{ ms}^{-2}/\text{a}$ 。这与平差理论是相符的, 观测次数多的测点其自由度也越大, 解算结果精度越高。

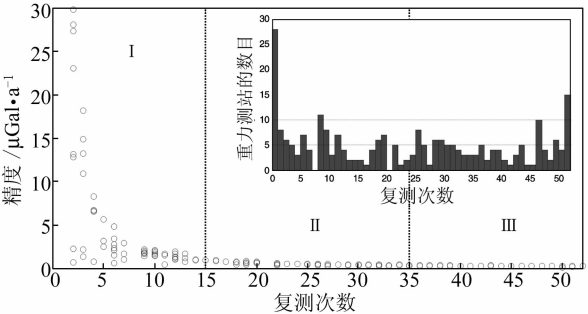


图 2 重力年变率精度统计结果  
Fig. 2 The statistic result of the gravity annual rate precision

图 3 为滇西测网中所有重力测点的重力年变率空间分布图, 图 4 为剔除了精度低于  $0.01 \times 10^{-5}\text{ ms}^{-2}/\text{a}$  的测点后的重力变化空间分布图。通过比较分析, 剔除精度较差的点值后, 等值线部分畸点(尤其是丽江、凤庆、弥渡等重力测点附近的畸点)消失, 空间分布图趋于平滑。由图 4 可知,

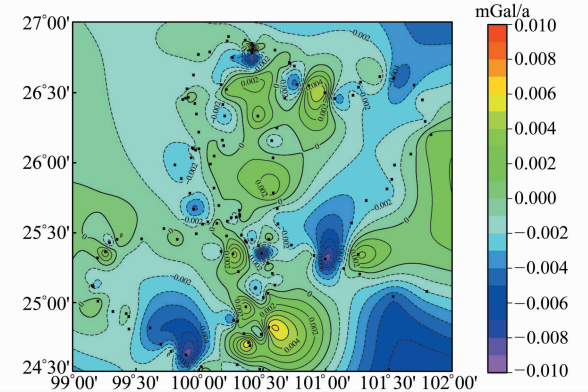


图 3 测点重力年变率空间分布(全部测点)  
Fig. 3 The spatial distribution of the gravity annual rate in the network (includes all the gravity sites)

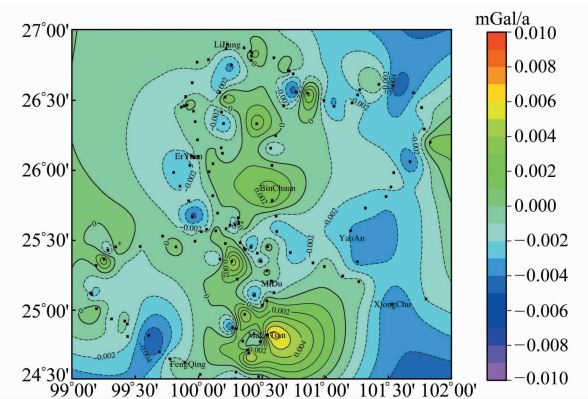


图 4 测点重力年变率空间分布  
(剔除精度低于  $0.01 \times 10^{-5}\text{ ms}^{-2}/\text{a}$  的测点)  
Fig. 4 The spatial distribution of the gravity annual rate in the network(removes the gravity sites where the precision is less than  $0.01 \times 10^{-5}\text{ ms}^{-2}/\text{a}$ )

滇西地区南端的风庆一带,中部的弥渡、姚安附近及雄楚地区,北部的丽江附近地区及攀枝花一带,重力场变化呈减小趋势,最大幅值可达 $-0.010 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}/\text{a}$ ;中部的宾川一带,及南部的景东地区(马鹿田附近)重力场变化呈小幅增加趋势,变化幅值集中在 $(0.001 \sim 0.006) \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}/\text{a}$ 。

与分期静态平差模型比较,基于动态平差模型的解算结果更为合理。这是因为:1)分期静态平差解算中没有考虑观测过程中重力点值随时间的变化,该时间因素引起的系统误差增加了其解算结果的不确定性,而动态平差模型中考虑了这一时间因素的影响;2)基于分期静态平差解算获得的重力年变率及各期次观测结果的等权拟合结果,没有考虑不同仪器不同年代观测资料的精度差异,而基于动态平差模型的整体平差解算对参与计算的不同仪器不同年代观测资料采用了不同的权重,并依据验后信息对各类观测数据作了较为客观的调整,同时采用相关稳健估计有效减弱了粗差的影响,其解算结果较分期平差结果更为合理。

4 结 语

研究表明,随着测区多年复测资料的积累,区域重力背景场长期变化趋势特征逐渐收敛,测点线性速率反映了测区重力多年累积变化趋势。在经典平差模型中引入初始时间历元和测点的重力变化率,采用单点速率模型,联合绝对观测资料,建立段差观测值的误差方程,并依据最小二乘原理解算法方程,得到测网中每个测点的重力值及重力变化平均速率的平差值,实现多期观测资料共同解算,同时也实现了单期网中各个测点时间基准的统一归算。

在处理较大面积的测网多期复测资料时,采用基于动态平差原理的整体解算方法更为合理。本文采用线性速率模型可有效拟合区域重力场的长期线性变化趋势,为了能够更准确地模拟重力场的非线性时变信息,需要引入更精确的时变模型。以后的研究中将考虑基于高阶项多项式拟合和周期拟合的动态平差模型。

**致谢:**感谢中国地震局地震研究所和云南省地震局卓有成效的观测工作和数据资料清理工作!

参考文献

[1] 李辉. 中国大陆近期重力场动态变化图像[J]. 大地测量与地球动力学, 2009(3): 1-10 (Li Hui. Dynamic Gravity Change in Recent Years in China Continent[J]. Journal of

Geodesy and Geodynamic, 2009(3): 1-10)  
[2] 孙少安, 康开轩, 黄邦武. 关于区域重力场变化基准的思考[J]. 大地测量与地球动力学, 2012(1): 17-20 (Sun Shaoan, Kang Kaixuan, Huang Bangwu. Thinking on Datum of Regional Gravity Field Variation[J]. Journal of Geodesy and Geodynamic, 2012(1): 17-20)  
[3] 张祖胜, 杨元喜, 孙汉荣, 等. 地壳形变监测中的水准与重力资料联合解算[J]. 地震学报, 1998, 20(1), 76-85 (Zhang Zusheng, Yang Yuanxi, Sun Hanrong, et al. Combination of the Leveling and Gravity Measurements in Crustal Deformation Detection[J]. Acta Seismologica Sinica, 1998, 20(1), 76-85)  
[4] 孙和平, 徐建桥, 黎琼. 地球重力场的精细频谱结构及其应用[J]. 地球物理学进展, 2006, 21(2), 345-352 (Sun Heping, Xu Jianqiao, Li Qiong. Detail Spectral Structure of Earth's Gravity Field and Its Application[J]. Progress in Geophysics, 2006, 21(2), 345-352)  
[5] 李辉, 刘冬至, 刘绍府. 地震重力监测网统一平差模型的建立[J]. 地壳形变与地震, 1991(增刊): 68-74 (Li Hui, Liu Dongzhi, Liu Shaofu. Integttated Adjustment Models for the Seismic-Gravity Network[J]. Crustal Deformation and Earthquake, 1991(Supp): 68-74)  
[6] 孙少安, 项爱民, 李辉. 滇西和北京区域重力场演化及其与地震的关系的探讨[J]. 地震, 1999, 19(1): 97-106 (Sun Shaoan, Xiang Aimin, Li Hui. Research on Evolution of Western Yunnan and Beijing Regional Gravity Fields and Their Relationship with Earthquake[J]. Earthquake, 1999, 19(1): 97-106)  
[7] 孙少安, 项爱民, 吴维日. LCR-G 型重力仪仪器参数的时变特征[J]. 大地测量与地球动力学, 2002(2): 101-105 (Sun Shaoan, Xiang Aimin, Wu Weiri. Time-Varying Characteristics of LCR-G Gravimeter Parameters[J]. Journal of Geodesy and Geodynamic, 2002(2): 101-105)  
[8] Pagiatakis S D, Salib P. Historical Relative Gravity Observations and the Time Rate of Change of Gravity due to Postglacial Rebound and Other Tectonic Movements in Canada[J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978-2012), 2003, 108(B9)  
[9] 刘绍府, 李辉, 刘冬至. 拉科斯特重力仪测量平差中的相关问题[J]. 地壳形变与地震, 1990(2): 67-73 (Liu Shaofu, Li Hui, Liu Dongzhi. Correlative Problem of Measurement Adjustment of LCR Gravimeter[J]. Crustal Deformation and Earthquake, 1990(2): 67-73)  
[10] 李辉, 付广裕, 孙少安, 等. 滇西地区重力场动态变化计算[J]. 地壳形变与地震, 2000(1): 60-66 (Li Hui, Fu Guangyu, Sun Shaoan, et al. Computation on Dynamic Gravity Changes in the Western Area of Yunnan Province[J]. Crustal Deformation and Earthquake, 2000(1): 60-66)  
[11] 王勇, 张为民, 詹金刚, 等. 重复绝对重力测量观测的滇西地区和拉萨点的重力变化及其意义[J]. 地球物理学报, 2004, 47(1): 95-100 (Wang Yong, Zhang Weimin, Zhan Jingang, et al. Gravity Changes Detected by Repeated Absolute Gravity Measurements in the Western Yunnan and Lhasa, China and Its Implication[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2004, 47(1): 95-100) (下转第 516 页)