

变异函数模型参数的加权总体最小二乘回归法

赵英文¹ 王乐洋^{1,2,3}

1 东华理工大学测绘工程学院,南昌市广兰大道 418 号,330013
2 流域生态与地理环境监测国家测绘地理信息局重点实验室,南昌市广兰大道 418 号,330013
3 江西省数字国土重点实验室,南昌市广兰大道 418 号,330013

摘 要: 顾及距离值的随机误差,提出用加权总体最小二乘回归法估计变异函数模型参数。通过协方差传播律发现,分组后的变异函数值和距离值是不等精度的。给出距离值的定权方法,结合熵权法和点对数法迭代解算模型参数。以幂函数模型为例,模拟数据和实测数据的结果表明,加权总体最小二乘回归法更加合理,参数的估计精度也更高。

关键词: 变异函数;加权总体最小二乘回归;高程异常;协方差传播律;均方根误差
中图分类号: P207 **文献标识码:** A

变异函数能同时描述区域变量的随机性和结构性^[1],在研究数据的分布特性和数据插值等方面发挥着重要的作用。变异函数模型参数估计方法中,人工拟合法采用肉眼来确定变异函数模型的参数,效率低且可靠性不高。文献[2]提出用加权回归多项式法来拟合变异函数模型的参数,但没有解决参数正负号问题。线性规划法^[3-4]、最小二乘法^[5-6]和加权最小二乘法^[7-9]虽然提高了参数的计算效率,但只认为变异函数值含有误差,没有考虑到变异函数模型中距离值的随机误差。文献[10]首次提出总体最小二乘概念,从数值分析的角度解决系数矩阵也含有误差的平差问题。当系数矩阵含有误差时,最小二乘解是有偏的,而总体最小二乘解是无偏的^[11-12]。考虑到距离值的随机误差,文献[13]提出用总体最小二乘法求解变异函数模型参数,认为变异函数值和距离值是等精度的,把变异函数值的权阵作为行尺度矩阵左乘观测向量和系数矩阵,然后用 SVD 分解法进行解算。

本文将加权总体最小二乘回归法引入到变异函数模型参数估计中。以幂函数模型为例,通过协方差传播律^[14]发现分组后变异函数值和距离值是不等精度的,并给出距离值的定权方法。再结合熵权法和点对数法进行参数的迭代求解,最后通过模拟数据和实测数据验证加权总体最小二乘回归法的合理性和优越性。

1 变异函数模型及参数估计

1.1 变异函数模型

离散型变异函数 $\gamma(h)$ 可由式(1)求解:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} (Z(x_i, y_i) - Z((x_i, y_i) + h))^2 \quad (1)$$

式中, h 为两点间的分隔距离, $N(h)$ 为距离为 h 的点对数目, $Z(x_i, y_i)$ 和 $Z((x_i, y_i) + h)$ 分别为位置 (x_i, y_i) 和 $(x_i, y_i) + h$ 处的区域变化量。

根据不同的形状和结构,变异函数模型可分为球状模型、高斯模型、指数模型、幂函数模型和孔穴效应模型等^[1]。幂函数模型为:

$$\gamma(h) = Mh^\alpha, 0 < \alpha < 2 \quad (2)$$

式中, M 为常系数, α 为幂指数。由文献[1]知, α 必须小于 2;若 $\alpha \geq 2$, 则幂函数不再是变异函数。

1.2 变异函数模型参数估计

变异函数模型事先是未知的,一般的做法是利用已知样本点计算出的距离值 h 和变异函数值 $\gamma(h)$ 拟合出相应的变异函数模型。实际中点位

分布散乱,需在计算出任意点对间的距离后对距离进行分组。给定一个容许误差 T ,落在 $(h-T, h+T)$ 内的距离值个数为 $N(h)$,则该组距离值为所有距离值的均值,即 $h = \frac{h_1+h_2+\cdots+h_{N(h)}}{N(h)}$ 。

以幂函数模型为例,对式(2)两边取对数:

$$\ln(\gamma(h)) = \ln(M) + \alpha \ln(h) \tag{3}$$

令

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \ln(\gamma(h_1)) \\ \ln(\gamma(h_2)) \\ \vdots \\ \ln(\gamma(h_m)) \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & \ln(h_1) \\ 1 & \ln(h_2) \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \ln(h_m) \end{bmatrix} \\ \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \ln(M) \\ \alpha \end{bmatrix} \tag{4}$$

式中, $\mathbf{y} \in R^{m \times 1}$, $\mathbf{A} \in R^{m \times n}$, $\mathbf{x} \in R^{n \times 1}$, m 为分组后距离的个数, n 为未知参数个数,幂函数模型 n 取 2。

考虑到观测值的误差,幂函数模型线性化后的回归模型简记为:

$$\mathbf{y} \approx \mathbf{A}\mathbf{x} \tag{5}$$

式中, \mathbf{y} 表示变异函数值, \mathbf{A} 为包含距离的系数矩阵, \mathbf{x} 为幂函数模型参数。

最小二乘法认为只有变异函数值有误差,但由任意点间的距离 $h_{ij} = \sqrt{(x_j-x_i)^2+(y_j-y_i)^2}$ 可知,距离是坐标的函数,当坐标含有误差时,包含距离的系数矩阵 \mathbf{A} 不再是无误差的。考虑到系数矩阵 \mathbf{A} 的误差,变异函数模型参数估计问题成为总体最小二乘^[10]平差问题。总体最小二乘平差问题的数学模型为:

$$\mathbf{y} - \mathbf{e} = (\mathbf{A} - \mathbf{E}_A)\mathbf{x} \tag{6}$$

$$\begin{bmatrix} \text{vec}(\mathbf{E}_A) \\ \mathbf{e} \end{bmatrix} \sim N\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \sigma_0^2 \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_E & 0 \\ 0 & \mathbf{Q}_e \end{bmatrix}\right) \tag{7}$$

式中, \mathbf{e} 为向量 \mathbf{y} 的误差向量, \mathbf{E}_A 为系数矩阵 \mathbf{A} 的误差矩阵, \mathbf{x} 为参数最佳估值, $\text{vec}(\cdot)$ 为矩阵按列拉直运算, σ_0^2 为单位权方差, \mathbf{Q}_E 为 \mathbf{A} 的协因数阵, \mathbf{Q}_e 为 \mathbf{y} 的协因数阵。

如果向量 \mathbf{y} 和系数矩阵 \mathbf{A} 的元素等精度,根据总体最小二乘平差准则求得参数的总体最小二乘解:

$$\text{vec}^T(\mathbf{E}_A)\text{vec}(\mathbf{E}_A) + \mathbf{e}^T\mathbf{e} = \min \tag{8}$$

总体最小二乘解法主要有 SVD 分解法和迭代解法^[12]。顾及到系数矩阵 \mathbf{A} 中含有常数列,文献^[15]提出一种顾及系数矩阵部分含有误差的加权总体最小二乘迭代解法,把算法中的协因数阵变为单位阵,得到该平差问题的总体最小二乘解:

$$\mathbf{x} = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 - \hat{\mathbf{E}}_{A_2} \end{bmatrix} (\hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{B}}^T)^{-1} [\mathbf{A}_1 \quad \mathbf{A}_2 - \hat{\mathbf{E}}_{A_2}] \right)^{-1} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 - \hat{\mathbf{E}}_{A_2} \end{bmatrix} (\hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{B}}^T)^{-1} (\mathbf{y} + [0 \quad -\hat{\mathbf{E}}_{A_2}]\mathbf{x}) \tag{9}$$

式中, $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2]$, $\mathbf{E}_A = [0, \mathbf{E}_{A_2}]$, $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2]$, $\mathbf{B} = [-\mathbf{x}_2^T \otimes \mathbf{I}_m, \mathbf{I}_m]$, \mathbf{A}_1 由系数矩阵 \mathbf{A} 的常数元素构成, \mathbf{A}_2 由系数矩阵 \mathbf{A} 的随机元素构成, \mathbf{E}_{A_2} 为 \mathbf{A}_2 的误差矩阵, \mathbf{x}_2 为 \mathbf{A}_2 对应的部分参数, \mathbf{I}_m 为 $m \times m$ 的单位阵, \otimes 为 Kronecker-Zehfuss 积。通过多次迭代,可得到 \mathbf{x} 的总体最小二乘精确解。

如果顾及 \mathbf{y} 和 \mathbf{A} 中元素不同的精度和贡献程度,变异函数模型参数估计问题成为加权总体最小二乘平差问题。文献^[16]提出一种加权总体最小二乘算法,根据加权总体最小二乘平差准则:

$$\text{vec}^T(\mathbf{E}_A)\mathbf{Q}_E^{-1}\text{vec}(\mathbf{E}_A) + \mathbf{e}^T\mathbf{Q}_e^{-1}\mathbf{e} = \min \\ \mathbf{P}_A = \mathbf{Q}_E^{-1}, \mathbf{P}_y = \mathbf{Q}_e^{-1} \tag{10}$$

该算法的迭代过程为^[16]:

1) 计算加权最小二乘解作为迭代初始值:

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = (\mathbf{A}^T\mathbf{Q}_e^{-1}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{Q}_e^{-1}\mathbf{y} \tag{11a}$$

$$\hat{\mathbf{X}}_0 = \hat{\mathbf{x}}_0 \otimes \mathbf{I}_m \tag{11b}$$

2) 当 $\|\hat{\mathbf{x}}_i - \hat{\mathbf{x}}_{i-1}\| > \epsilon$ ($i \in N^*$, ϵ 是个很小的正值,可取 10^{-12}) 时,进行以下迭代过程:

$$\mathbf{Q}_1^{(i)} = \mathbf{Q}_e + \hat{\mathbf{X}}_{i-1}^T\mathbf{Q}_E\hat{\mathbf{X}}_{i-1} \tag{12a}$$

$$\text{vec}(\hat{\mathbf{E}}_A^{(i)}) = -\mathbf{Q}_E\hat{\mathbf{X}}_{i-1}(\mathbf{Q}_1^{(i)})^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_{i-1}) \tag{12b}$$

$$\hat{\mathbf{A}}_i = \mathbf{A} - \hat{\mathbf{E}}_A^{(i)} \tag{12c}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_i = (\hat{\mathbf{A}}_i^T(\mathbf{Q}_1^{(i)})^{-1}\hat{\mathbf{A}}_i)^{-1}\hat{\mathbf{A}}_i^T(\mathbf{Q}_1^{(i)})^{-1}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{E}}_A^{(i)}\hat{\mathbf{x}}_{i-1}) \tag{12d}$$

3) 迭代终止,得到解 \mathbf{x}_i 。

1.3 权的确定

1.3.1 向量 \mathbf{y} 对应权阵 \mathbf{P}_y 的确定

\mathbf{P}_y 的确定方法主要有熵权法^[7]和点对数法^[9]。依据文献^[7],把分组后的距离 h 和其对应的个数 $N(h)$ 作为影响因子构造评价矩阵 \mathbf{R} ,取 $\mathbf{R}_{m \times 2} = [h \quad N(h)]$,得到变异函数值的权 W_i 。文献^[9]提出的点对数法定权公式为:

$$W_i = N(h_i) / \sum_{i=1}^m N(h_i) \tag{13}$$

1.3.2 系数矩阵 \mathbf{A} 对应权阵 \mathbf{P}_A 的确定

假设观测值 z 的随机误差 $e_z \sim N(0, \sigma_1^2)$,令 z_i 和 z_j 分别等于式(1)中的 $Z(x_i, y_i)$ 和 $Z((x_i, y_i) + h)$,由一个点对求得变异函数值 $\gamma(h)$ 的方差 D_1 :

$$D_1 = D(2(z_j - z_i)dz_j + (-2)(z_j - z_i)dz_i) = 8(z_j - z_i)^2\sigma_1^2 \tag{14}$$

顾及到式(1),由 $N(h)$ 个点对求得变异函数值 γ

(h) 的方差 $D(\gamma(h))$:

$$D(\gamma(h)) = \frac{1}{4N(h)^2}(D_1 + D_2 + \cdots D_N) =$$
$$\frac{4}{N(h)}\gamma(h)\sigma_1^2 \tag{15}$$

假设观测值 $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ 的随机误差 $\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix} \sim N(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{bmatrix})$, 坐标 x 和 y 一般具有相同的观测条件, 因此可以认为它们服从同一分布。对 $h_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$ 全微分并取方差, 得 $D(h_{ij})$:

$$D(h_{ij}) = \{(\frac{1}{2}((x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2)^{-\frac{1}{2}})\}^2 \times$$
$$D((2(x_j - x_i)dx_j + (-2)(x_j - x_i)dx_i +$$
$$2(y_j - y_i)dy_j + (-2)(y_j - y_i)dy_i))$$
$$D(h_{ij}) = \{(\frac{1}{2}((x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2)^{-\frac{1}{2}})\}^2 \times$$
$$(8((x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2)\sigma_2^2) = 2\sigma_2^2 \tag{16}$$

分组后距离 h 由 $N(h)$ 个符合分组条件的 h_{ij} 先求和再除以 $N(h)$ 得到, 则距离 h 的方差为:

$$D(h) = \frac{2}{N(h)}\sigma_2^2 \tag{17}$$

由式(15)和(17), 且一般情况下 m 个距离 h 对应的 $N(h)$ 不完全相同, 所以分组后变异函数值和距离值是不等精度的。从而, 距离的权可定义为方差的倒数, 即 $W(h) = \frac{1}{2}N(h)$, $W(h)$ 为 m

维列向量。
在计算中, 取 $\mathbf{P}_y = \text{diag}(W_i)$, $\mathbf{P}_A = \text{diag}(\underbrace{0, 0, \cdots, 0}_m, W(h))$ 。

上述提到的权适用于幂函数模型, 而对于其它的变异函数模型, 可在模型线性化后, 按照文献[7]和[9]的方法确定权阵 \mathbf{P}_y , 依据本文的推导思路确定权阵 \mathbf{P}_A 。因为不同的函数模型对应的系数矩阵会含有不同的距离表现形式, 所以权阵 \mathbf{P}_A 需依据具体的函数模型确定。

2 算例分析

2.1 模拟算例

模拟一组规则分布的坐标 (x, y) , 并计算任意两点间的距离。假设变异函数模型为幂函数模型, 通过给定的幂函数 $\gamma(h) = 0.2h^{1.5}$ 代入 h 计算得到 $\gamma(h)$ 。由 MATLAB 产生一组均值为 0、标准差初始值为 0.009、步长为 0.005、终止值为 0.049 的正态分布随机误差序列, 根据式(15)和(17)分别在 h 和 $\gamma(h)$ 加上相应的误差, 共产生 9 组不同标准差下的数据, 每组模拟 200 次。采用 4 种方法进行参数估计, 其中 WLS1 和 WTLS1 的定权方法是熵权法, WLS2 和 WTLS2 的定权方法是点对数法, TLS 采用文献[15]方法, WTLS 采用文献[16]方法, $\|\Delta X\|$ 为参数 M 和 α 的估值与真值之差的 2 范数。估计结果见表 1。

表 1 不同方法的估计结果
Tab. 1 The results estimated by different methods

	LS	TLS	WLS1	WTLS1	WLS2	WTLS2	真值
M	0.201 410 8	0.201 391 1	0.201 130 5	0.201 109 0	0.200 748 6	0.200 748 3	0.2
α	1.496 227 7	1.496 277 3	1.497 020 1	1.497 086 2	1.498 204 0	1.498 205 0	1.5
$\ \Delta X\ $	0.004 027 6	0.003 974 1	0.003 187 2	0.003 117 7	0.001 945 9	0.001 944 8	
$\hat{\sigma}_0$	0.004 513 0	0.002 508 7	0.001 429 1	0.001 408 3	0.001 300 8	0.001 288 8	

表 1 中结果为 9 种不同标准差下的均值。由表 1 可知, 加权总体最小二乘法所得的参数残差范数均小于其他 3 种方法, 采用点对数法定权的结果优于熵权法定权的结果。由图 1 可知, 当所加误差较小时, 几种方法所得结果比较接近。随着所加误差的增大, 加权总体最小二乘法所得结果更接近于参数的真值, 说明加权总体最小二乘法在参数估计方面具有更高的精度和合理性。

2.2 高程异常插值算例

区域一数据来自于文献[17], 其 GPS 控制网由 17 个同精度 GPS 水准点构成, 高程异常值变化平缓。选取 5 个点作为已知点, 剩余 12 个作为

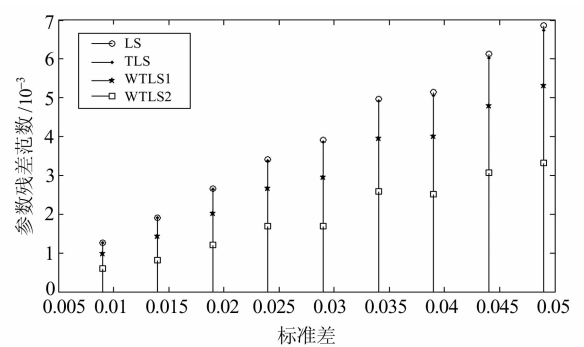
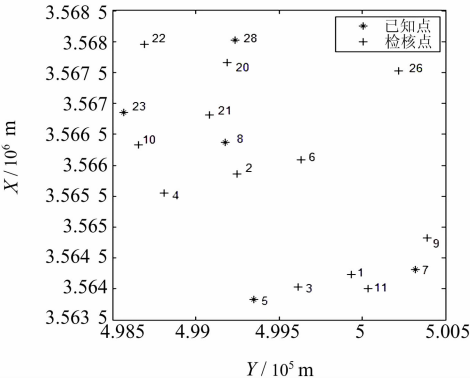


图 1 不同方法的参数估计值与真实值差值范数
Fig. 1 Difference norm of the parameters between the estimated values and the true ones calculated by different methods

检核点。区域二数据来自于文献[18],其 GPS 控制网由 24 个同精度 GPS 水准点构成,高程异常



值变化较大。选取 10 个点作为已知点,剩余 14 个作为检核点。点位分布如图 2。

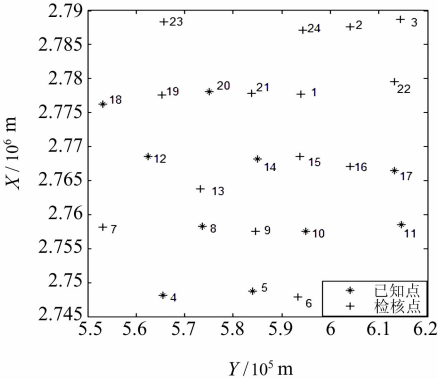


图 2 点位分布图(左图为区域一,右图为区域二)
Fig. 2 Distribution of points(area 1 on the left side, area 2 on the right side)

对上述两组数据分别计算距离值和变异函数值,在距离分组后选取幂函数模型作为变异函数模型,参数估计方法同上,使用 RMS 和 STD 作为评价指标。

RMS 为均方根预报误差:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (Z'_i - Z_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k r_i^2} \quad (18)$$

STD 为预报残差标准差:

$$STD = \sqrt{\frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (r_i - \bar{r})^2} \quad (19)$$

式中, Z_i 、 Z'_i 分别为 k 个检核点的观测值和通过 Kriging 插值计算得到的检核点估计值, r_i 是检核点预报残差, \bar{r} 是检核点预报残差的均值。结果如表 2、表 3 所示。

表 2 区域一不同方法的检核点预报结果

Tab. 2 The predicted results of check points calculated by different methods in area 1

	LS /m	WLS1 /m	WLS2 /m	TLS /m	WTLS1 /m	WTLS2 /m
RMS	0.006 51	0.005 48	0.005 22	0.002 15	0.001 70	0.001 70
STD	0.006 61	0.005 55	0.005 29	0.002 08	0.001 62	0.001 62

表 3 区域二不同方法的检核点预报结果

Tab. 3 The predicted results of check points calculated by different methods in area 2

	LS /m	WLS1 /m	WLS2 /m	TLS /m	WTLS1 /m	WTLS2 /m
RMS	0.169 46	0.161 69	0.157 90	0.073 92	0.071 02	0.071 02
STD	0.135 44	0.129 45	0.126 59	0.072 49	0.071 62	0.071 62

由表 2、表 3 可知,无论 RMS 还是 STD 都表明,加权总体最小二乘法的精度最高,总体最小二乘法和加权最小二乘法次之,最小二乘法效果最差。加权总体最小二乘法使两个区域的变异函数模型参数估计精度分别提高 70%和 60%左右,均方根预报误差分别减少 5 mm 和 98 mm。图 3 和图 4 中,WLS 和 WTLS 对应于表中的 WLS2 和

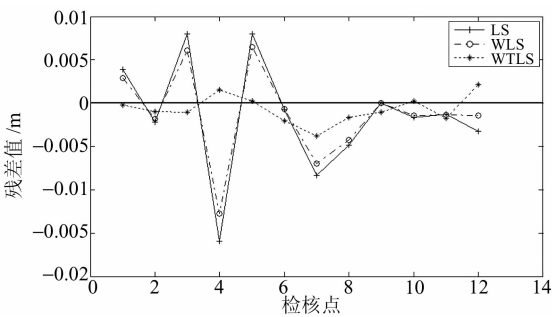


图 3 区域一检核点预报值与观测值差值曲线图
Fig. 3 Difference of check points between the predicted values and the observed ones in area 1

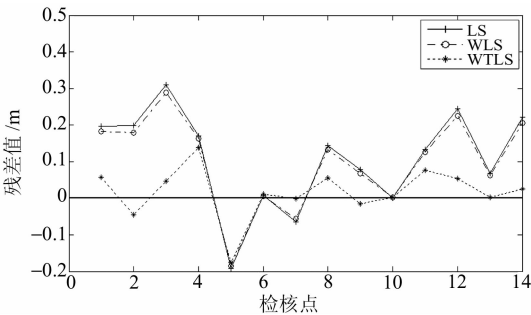


图 4 区域二检核点预报值与观测值差值曲线图
Fig. 4 Difference of check points between the predicted values and the observed ones in area 2

WTLS2,可知加权总体最小二乘法对应残差分布曲线较其他两种方法变化更平缓,更接近横坐标轴。两个区域的数据均表明,使用点对数法对应的加权最小二乘法所得到的结果优于按熵权法对应的结果,但是两种定权方法对应的加权总体最小二乘法结果却十分接近。算例中每组数据的两种 WTLS 法得到的幂指数 α 均大于 2,考虑到 § 1.1 提到的幂函数模型适用条件,为保持模型的变异函数特性,在进行 Kriging 插值过程中,重新把 α 取值为 1.999 999,这也与文献[7]的做法一致。两种 WTLS 法得到的幂函数模型常系数不同、幂指数相同,这就使得到的 RMS 和 STD

差别很小。数据一结果的精度维持在 mm 级,数据二结果的精度由 dm 级提高到了 cm 级,加权总体最小二乘法在这两种情形下都能有效地提高参数的估计精度。以上结果证明,把加权总体最小二乘法引入到变异函数领域进行参数估计是可行和有效的。

3 结 语

本文在考虑距离值误差的基础上,通过协方差传播律发现分组后的变异函数值和距离值是不等精度的,并给出距离值的定权方法,再结合熵权法和点对数法两种变异函数值的定权方法,把加权总体最小二乘回归法引入到变异函数模型参数估计中。模拟数据和实测数据证明了加权总体最小二乘回归法的可行性和有效性,相对于最小二乘法、加权最小二乘法和总体最小二乘法,加权总体最小二乘回归法能得到更高精度的变异函数模型参数估值。本文仅对幂函数模型进行了算例讨论,而对于其他变异函数模型的适用性算例验证以及距离误差对函数模型的影响机制、进一步提高加权总体最小二乘法的参数估计精度和解算效率,还有待于研究。

参考文献

[1] 徐建华. 现代地理学中的数学方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002(Xu Jianhua. Mathematica Methods in Contemporary Geography [M]. Beijing: Higher Education Press, 2002)

[2] 王仁铎, 胡光道. 线性地质统计学[M]. 北京: 地质出版社, 1988(Wang Renduo, Hu Guangdao. Linear Geostatistics[M]. Beijing: Geological Press, 1988)

[3] 矫希国, 刘超. 变差函数的参数模拟[J]. 物化探测技术, 1996, 18(2): 157-161(Jiao Xiguo, Liu Chao. Estimation of Variation Parameter[J]. Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration, 1996, 18(2): 157-161)

[4] 李玲, 何涛, 张武, 等. 变异函数线性化的统一参数估计方法研究[J]. 长江大学学报: 自然科学版(理工卷), 2010, 7(2): 127-129(Li Ling, He Tao, Zhang Wu, et al. Study on the Unity Parameter Estimation Method of Linear Variogram[J]. Journal of Yangtze University: Nat Sci Edit, 2010, 7(2): 127-129)

[5] 李明, 高星伟, 文汉江, 等. Kriging 方法在 GPS 水准拟合中的应用[J]. 测绘科学, 2009, 34(1): 106-107(Li Ming, Gao Xingwei, Wen Hanjiang, et al. The Application of Kriging Method in GPS Leveling Fitting[J]. Science of Surveying and Mapping, 2009, 34(1): 106-107)

[6] 郭泉河, 李秀海. 不同变异函数的泛 Kriging 法的 GPS 高程拟合结果[J]. 黑龙江工程学院学报: 自然科学版, 2011, 25(4): 26-28(Guo Quanhe, Li Xiuhai. Application of Universal Kriging Technology with Different Semivariation

Function Models to GPS Height Anomaly Fitting[J]. Journal of Heilongjiang Institute of Technology, 2011, 25(4): 26-28)

[7] 潘家宝, 戴吾蛟, 章浙涛, 等. 变异函数模型参数估计的信息熵加权回归法[J]. 大地测量与地球动力学, 2014, 34(3): 125-128(Pan Jiabao, Dai Wujiao, Zhang Zhetao, et al. Parameter Estimation of Variogram Model by Using Information Entropy Weighted Regression[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2014, 34(3): 125-128)

[8] 严华雯, 吴健平. 加权最小二乘法改进遗传克里金插值方法研究[J]. 计算机技术与发展, 2012, 22(3): 92-95(Yan Huawen, Wu Jianping. Reasearch on Genetic Algorithm Kriging Optimized by Weight Least Square[J]. Computer Technology and Development, 2012, 22(3): 92-95)

[9] 曾怀恩, 黄声享. 基于 Kriging 方法的空间数据插值研究[J]. 测绘工程, 2007, 16(5): 5-13(Zeng Huaen, Huang Shengxiang. Research on Spatial Data Interpolation Based on Kriging Interpolation[J]. Engineering of Surveying and Mapping, 2007, 16(5): 5-13)

[10] Golub G H, Loan C V. An Analysis of the Total Least-Squares Problem[J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1980, 17(6): 883-893

[11] 王乐洋. 总体最小二乘解性质研究[J]. 大地测量与地球动力学, 2012, 32(5): 48-52(Wang Leyang. Research on Properties of Total Least Squares Estimation[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2012, 32(5): 48-52)

[12] 王乐洋, 许才军. 总体最小二乘研究进展[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2013, 38(7): 850-856(Wang Leyang, Xu Caijun. Progress in Total Least Squares[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2013, 38(7): 850-856)

[13] Felus Y A, Schaffrin B. A Total Least-Squares Approach in Two Stages for Semivariogram Modeling of Aeromagnetic Data[C]. IAMG2005, Toronto, 2005

[14] 王乐洋, 鲁铁定. 总体最小二乘平差法的误差传播定律[J]. 大地测量与地球动力学, 2014, 34(2): 55-59(Wang Leyang, Lu Tieding. Propagation Law of Errors in Total Least Squares Adjustment[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2014, 34(2): 55-59)

[15] Fang X. Weighted Total Least Squares Solutions for Applications in Geodesy[D]. Hanover: Leibniz University of Hanover, 2011

[16] Jazaeri S, Amiri-Simkooei A R, Sharifi M A. Iterative Algorithm for Weighted Total Least Squares Adjustment[J]. Survey Review, 2014, 46(334): 19-27

[17] 朱卫东, 李全海. 基于标准化动量 BP 神经网络的 GPS 高程转换[J]. 大地测量与地球动力学, 2010, 30(1): 123-125(Zhu Weidong, Li Quanhai. Conversion of GPS Height Based on Standardization Momentum BP Neural Network[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2010, 30(1): 123-125)

[18] 黎剑. 区域 GPS 高程异常拟合及建模方法研究[D]. 昆明: 昆明理工大学, 2013(Li Jian. Research on Regional GPS Height Anomaly Fitting and Modeling [D]. Kunming: Kunming University of Science and Technology, 2013)

Parameter Estimation of Variogram Model by Weighted Total Least Squares Regression

ZHAO Yingwen¹ WANG Leyang^{1,2,3}

- 1 Faculty of Geomatics, East China Institute of Technology, 418 Guanglan Road, Nanchang 330013, China
- 2 Key Laboratory of Watershed Ecology and Geographical Environment Monitoring, NASMG, 418 Guanglan Road, Nanchang 330013, China
- 3 Jiangxi Province Key Lab for Digital Land, 418 Guanglan Road, Nanchang 330013, China

Abstract: Considering errors of distances, weighted total least squares regression is applied to estimate parameters of variogram model. According to variance-covariance propagation law, variogram values and distances after classification are found unequally accurate. Combined with two weighting methods of variogram values, the entropy weight method and number of points method, the weight method of distances derived by the variance-covariance propagation law is used to estimate parameters. Taking the power function model as an example, weighted total least squares regression is proven to be more reasonable and accurate by results of simulated and actual data.

Key words: variogram; weighted total least squares regression; height anomaly; variance-covariance propagation law; root mean square error

(上接第 800 页)

[5] 许承权,范千,沈飞. 江苏省区域电离层模型的建立和精度分析[J]. 江南大学学报:自然科学版, 2010, 9(6):650-654 (Xu Chengquan, Fan Qian, Shen Fei, et al. Development and Accuracy Analysis of Regional Ionospheric Model in Jiangsu Province[J]. Journal of Jiangnan University: Natural Science Edition, 2010, 9(6):650-654)

[6] Georgiadou Y, Kleusberg A. On the Effects Ionospheric Delay on Geodetic Relative GPS Positioning[J]. Manuscripta Geodetica, 1998, 13(1):1-8

[7] 章红平,施闯,唐卫明. 地基 GPS 区域电离层多项式模型与硬件延迟统一解算分析[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2008, 33(8):805-809(Zhang Hongping, Shi Chuang, Tang Weiming, et al. United Solution to Polynomial VTEC Modeling and DCB Analysis Using Ground-Based GPS Observations[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2008, 33(8):805-809)

[8] Klobuchar J A. Ionospheric Time-Delay Algorithm for Single Frequency GPS Users[J]. IEEE Trans Aerosp Electron Syst,1987,23(3):325-331

[9] Luo W H, Liu Z Z, Li M, et al. A Preliminary Evaluation of the Performance of Multiple Ionospheric Models in Low and Mid-Latitude Regions of China in 2010-2011[J]. GPS Solut,2014,18(2):297-308

[10] 章红平,平劲松,朱文耀,等. 电离层延迟改正模型综述[J]. 天文学进展, 2006, 24(1):16-26 (Zhang Hongping, Ping Jinsong, Zhu Wen Yao, et al. Overview of Ionosphere Correction Model [J]. Progress in Astronomy, 2006, 24(1):16-26)

[11] 赵威,张成义. Klobuchar 模型的实用分析与改进[J]. 空间科学学报, 2013, 33(6):624-628 (Zhao Wei, Zhang Chengyi. Practical Analysis and Improvement of Klobuchar Model[J]. Chinese Journal of Space Science, 2013, 33(6):624-628)

Establishment of Region Ionospheric Delay Model in Nanning Based on Improved Klobuchar Model

CAI Chenghui^{1, 2, 3} LIU Lilong^{1, 2, 3} LI Junyu^{1, 2, 3} LIN Guobiao^{1, 2, 3}

- 1 Guangxi Scientific Experiment Center of Mining, Metallurgy and Environment, 12 Jiangnan Road, Guilin 541004, China
- 2 College of Geomatic Engineering and Geoinformatics, Guilin University of Technology, 12 Jiangnan Road, Guilin 541004, China
- 3 Guangxi Key Laboratory of Spatial Information and Geomatics, 12 Jiangnan Road, Guilin 541004, China

Abstract: Taking the least squares surface fitting model as background field, and using accuracy measured data of the Nanning regional CORS network, we continue to correct the Klobuchar model of the initial phase, amplitude and night time delay values, in order to establish a Nanning region ionospheric delay model. The results show obvious improvement in the accuracy of the Klobuchar model.

Key words: ionospheric delay; Klobuchar model; initial phase; amplitude; night time delay value