

基于小波包变换的地震信号频带序号到 结点序号的快速转换算法

韩晶晶¹ 白 泉² 蒙东林¹ 李和旺¹ 汪 飞³

1 贺州学院建筑工程学院,贺州市西环路 18 号, 542899
2 沈阳工业大学建筑与土木工程学院,沈阳市沈辽西路 111 号, 110870
3 中国一冶集团有限公司,武汉市工业路 3 号,430081

摘 要: 针对小波包处理地震非平稳信号过程中存在的“跳频”现象,以及现有方法不能快速准确地得到地震信号高层次小波包分解时频带序号和结点序号的排列规律的弊端,基于小波包变换算法和异或运算,提出一种频带序号到结点序号的快速转换算法。基于 MATLAB 平台,以唐山南北向地震波为例,编制相应程序进行分析,得到的地震频带序号与其小波包树结点序号的排列规律与现有方法得到的结果完全一致,验证了该转换算法的正确性。

关键词: 小波包;树结点;频带排列;异或运算

中图分类号: P315 **文献标识码:** A

地震动分析是研究地震危害控制的基础,也是控制地震危害的前提。小波包变换可将地震信号均匀分解到不同的频带上,从而准确分析地震信号各频带的特征。但在 MATLAB 平台中,由于算法的限制,小波包变换后得到的树结点顺序与频带顺序并不一致,即与树结点对应的频带并不是依次由低到高,而会出现“跳频”现象^[1-4]。若忽视此问题,则不能准确定位频带,进而影响后续时频分析的正确性。

现有方法^[3]虽然已经明确了上述的“跳频”现象并得到了树结点与频带结点的排列规律,但其只能按照所得规律手动进行序号对照,效率太低。本文借助小波包算法和异或运算定义,以唐山南北向地震波为例,基于 MATLAB 平台,编制相应程序,得到的地震频带序号与其小波包树结点序号的排列规律与现有方法^[3]得到的完全一致。对地震信号进行小波包高层次分解时,利用该转换算法能够快速高效地得到各个频带序号对应的结点序号,对快速高效地提取地震信号局部特征、有层次地展现地震信号等具有重要意义。

1 小波包理论

设小波包变换中的正交尺度函数为 $\phi(t)$,小

波函数为 $\psi(t)$,由它们产生的滤波器组中低通滤波器为 $l(n)$,高通滤波器为 $h(n)$,根据多分辨率分析理论, $\phi(t)$ 、 $\psi(t)$ 、 $l(n)$ 和 $h(n)$ 之间满足双尺度方程^[5]:

$$\left. \begin{aligned} \phi(t) &= \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} l(n) * \phi(2t - n) \\ \psi(t) &= \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} h(n) * \psi(2t - n) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

小波包分解过程可以用分解树来描述,如图 1 所示。图中 $U_{j,n}$ 表示小波包分解的子空间编号,也可以称为结点编号, j 表示分解层数,其对应的分解尺度为 2^j ,第 j 层一共有 2^j 个正交基, n 表示第 j 分解层的子空间编号,第 j 层的第 n 个子空间由集合 $\{U_{j,n}(t - k)\}$ 构成。

图 1 小波包分解

Fig. 1 Decomposition of wavelet packet

由小波包变换理论知识可知,同一层的各个子空间之间相互正交,且每一层上的所有子空间的直和构成这个信号空间。

2 地震信号频带划分参数

对地震动非平稳信号进行小波包变换时,主要参数有分解层数和分解路径。

2.1 分解层数

进行小波包分解时,除了确定小波基函数,还需要确定分解层数。选用字母 j 表示小波包分解层数,通常分解层数按式(2)选取^[2,6]:

$$0 < j \leq \log_2(L_s) \tag{2}$$

式中, L_s 为输入信号的长度。对于地震非平稳信号,采样时间间隔一般为 0.01 s 或 0.02 s,即采样频率为 100 Hz 或 50 Hz。地震动信号一般持续时间为 10~20 s,若采样频率为 50 Hz,则信号长度为 $2^9 \sim 2^{10}$ 。综合考虑频带宽度及分辨率,本文认为分解层数取 7 能满足地震信号的分析要求。

2.2 分解路径

如上所述的小波包分解树中,树结点从左至右依次编号为 $0, 1, \dots, 2^j - 1$,称作结点序号。地震信号的小波包分解实际上是把信号通过一组滤波器组合(低通或高通)后,到达底端的树结点。设定 0 表示低通滤波,1 表示高通滤波,则各滤波器组合可由一个二进制数表示^[7],称该二进制数为实际路径。例如,实际路径 101 表示信号经过一次高通滤波器,一次低通滤波器,最后又经过一次高通滤波器,如图 2 中虚线所示。该二进制数对应的十进制数就是分解终端树结点的频带序号,因此实际路径又称频带路径。与频带路径相对应,把结点序号的二进制数称作结点路径或理想路径。

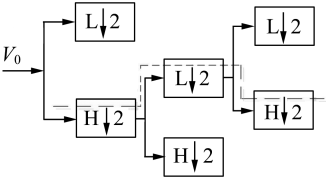


图 2 101 分解路径
Fig. 2 Decomposition path of serial number 101

除了频带路径和结点路径,每个结点还对应一个通频带。通频带是指通过该结点的频带范围,与频带序号有关。若信号的有效频带为 f ,分解层数为 j ,则频带序号 m 对应的通频带为 $m \cdot (f/2^j) - (m+1) \cdot (f/2^j)$,其中, $m=0, 1, \dots, 2^j - 1$ 。

需要说明的是,分解路径的每个二进制数的位数为获得该频带所需要的分解层数,这样可以

准确获取各个频带分解路径,尤其是以 0 开头的分解路径,同时为后续准确得到频带序号及对应的通频带作铺垫。

3 频带序号到结点序号的快速转换算法

当分解层数较少时,可以根据现有规律^[3]手动依次得到每个结点的频带路径和通频带,进而得到完整的小波包树。但当分解层数较多时,手动获取比较困难,需要找到频带序号和结点序号之间的快速换算关系。通过对多个结点的分析,得到频带序号到结点序号的快速换算过程如下:对频带序号进行二进制转换得到频带路径,即一个二进制数;从左至右依次对该二进制数的每位数与其左侧位数进行异或运算,得到结点路径,即一个新的二进制数;对该新的二进制数进行十进制转换,即可得到结点序号。比如,经过 3 层小波包分解得到的小波包树,频带序号为 a , a 的频带路径(二进制数)为 ABC ,对其进行异或运算后可得到结点路径为 XYZ (二进制数)。其中, $X=A$ 、 $Y=A \oplus B$ 、 $Z=B \oplus C$,将二进制数 XYZ 转化为十进制数 b ,则 b 为频带 a 对应的结点序号。

上述“异或”是一种数学逻辑运算符,数学符号为“ \oplus ”,计算机符号为“xor”,运算法则为:

$$a \oplus b = \begin{cases} 1, a \neq b \\ 0, a = b \end{cases} \tag{3}$$

根据上述换算过程和运算法则,在 MATLAB 平台上编程序,可以实现小波包分解到任意分解层数时,地震信号子频带序号与结点序号的转换,表 1 为 7 层小波包变换下的频带序号与结点序号的对应关系。

4 实例验证

选取唐山地震波南北向(北京观测)的强震记录进行实例分析。地震信号采样点数为 2 000,采样的时间间隔为 0.01 s,采用 sym5 小波函数,在 MATLAB 平台上编程序,对唐山波进行 7 层小波包变换,得到各树结点的频谱图。本例中,采样频率为 100 Hz,根据采样定理,有效频率为 0~50 Hz,进行 7 层分解后每个频带宽度为 $f/2^7$,即 $50/2^7$ Hz。限于篇幅,这里给出频带序号分别为 8、13、37、38、56、60 的频谱图,如图 3 所示。按照本文给出的变换算法,参照表 1 的频带序号与结点序号的对应关系,取图 3 中的各点如表 2 所示。

表 1 频带序号与结点序号
Tab. 1 Band numbers and node numbers

频带序号	0	1	2	3	4	5	6	7
频带路径	0000000	0000001	0000010	0000011	0000100	0000101	0000110	0000111
结点路径	0000000	0000001	0000011	0000010	0000110	0000111	0000101	0000100
结点序号	0	1	3	2	6	7	5	4
频带序号	8	9	10	11	12	13	14	15
频带路径	0001000	0001001	0001010	0001011	0001100	0001101	0001110	0001111
结点路径	0001100	0001101	0001111	0001110	0001010	0001011	0001001	0001000
结点序号	12	13	15	14	10	11	9	8
频带序号	16	17	18	19	20	21	22	23
频带路径	0010000	0010001	0010010	0010011	0010100	0010101	0010110	0010111
结点路径	0011000	0011001	0011011	0011010	0011110	0011111	0011101	0011100
结点序号	24	25	27	26	30	31	29	28
频带序号	24	25	26	27	28	29	30	31
频带路径	0011000	0011001	0011010	0011011	0011100	0011101	0011110	0011111
结点路径	0010100	0010101	0010111	0010110	0010010	0010011	0010001	0010000
结点序号	20	21	23	22	18	19	17	16
频带序号	32	33	34	35	36	37	38	39
频带路径	0100000	0100001	0100010	0100011	0100100	0100101	0100110	0100111
结点路径	0110000	0110001	0110011	0110010	0110110	0110111	0110101	0110100
结点序号	48	49	51	50	54	55	53	52
频带序号	40	41	42	43	44	45	46	47
频带路径	0101000	0101001	0101010	0101011	0101100	0101101	1011100	0101111
结点路径	0111100	0111101	0111111	0111110	0111010	0111011	0111001	0111000
结点序号	60	61	63	62	58	59	57	56
频带序号	48	49	50	51	52	53	54	55
频带路径	0110000	0110001	0110010	0110011	0110100	0110101	0110110	0110111
结点路径	0101000	0101001	0101011	0101010	0101110	0101111	0101101	0101100
结点序号	40	41	43	42	46	47	45	44
频带序号	56	57	58	59	60	61	62	63
频带路径	0111000	0111001	0111010	0111011	0111100	0111101	0111110	0111111
结点路径	0100100	0100101	0100111	0100110	0100010	0100011	0100001	0100000
结点序号	36	37	39	38	34	35	33	32
频带序号	64	65	66	67	68	69	70	71
频带路径	1000000	1000001	1000010	1000011	1000100	1000101	1000110	1000111
结点路径	1100000	1100001	1100011	1100010	1100110	1100111	1100101	1100100
结点序号	96	97	99	98	102	103	101	100
频带序号	72	73	74	75	76	77	78	79
频带路径	1001000	1001001	1001010	1001011	1001100	1001101	1001110	1001111
结点路径	1101100	1101101	1101111	1101110	1101010	1101011	1101001	1101000
结点序号	108	109	111	110	106	107	105	104
频带序号	80	81	82	83	84	85	86	87
频带路径	1010000	1010001	1010010	1010011	1010100	1010101	1010110	1010111
结点路径	1111000	1111001	1111011	1111010	1111110	1111111	1111101	1111100
结点序号	120	121	123	122	126	127	125	124
频带序号	88	89	90	91	92	93	94	95
频带路径	1011000	1011001	1011010	1011011	1011100	1011101	1011110	1011111
结点路径	1110100	1110101	1110111	1110110	1110010	1110011	1110001	1110000
结点序号	116	117	119	118	114	115	113	112
频带序号	96	97	98	99	100	101	102	103
频带路径	1100000	1100001	1100010	1100011	1100100	1100101	1100110	1100111
结点路径	1010000	1010001	1010011	1010010	1010110	1010111	1010101	1010100
结点序号	80	81	83	82	86	87	85	84
频带序号	104	105	106	107	108	109	110	111
频带路径	1101000	1101001	1101010	1101011	1101100	1101101	1101110	1101111
结点路径	1011100	1011101	1011111	1011110	1011010	1011011	1011001	1011000
结点序号	92	93	95	94	90	91	89	88
频带序号	112	113	114	115	116	117	118	119
频带路径	1110000	1110001	1110010	1110011	1110100	1110101	1110110	1110111
结点路径	1001000	1001001	1001011	1001010	1001110	1001111	1001101	1001100
结点序号	72	73	75	74	78	79	77	76
频带序号	120	121	122	123	124	125	126	127
频带路径	1111000	1111001	1111010	1111011	1111100	1111101	1111110	1111111
结点路径	1000100	1000101	1000111	1000110	1000010	1000011	1000001	1000000
结点序号	68	69	71	70	66	67	65	64

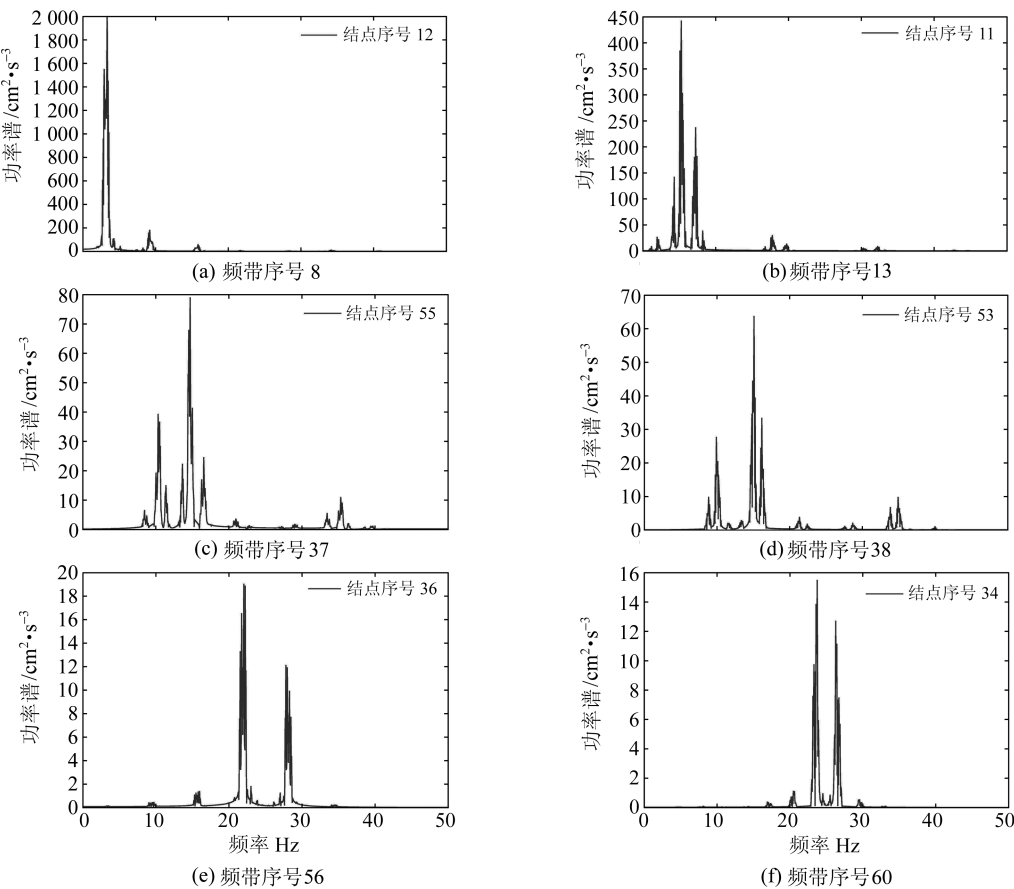


图 3 树结点频谱
Fig.3 Spectrums of tree nodes

表 2 频带序号与结点序号					
Tab. 2 Frequency numbers and node numbers					
频带序号	结点序号	通频带	频带序号	结点序号	通频带
8	12	3.125~3.516	38	53	14.844~15.234
13	11	5.078~5.468	56	36	21.875~22.266
37	55	14.453~14.844	60	34	23.437~23.828

注:频带序号 m 对应的通频带为 $m(f/2')-(m+1)(f/2')$, 单位为 Hz。

5 结 语

小波包变换可将地震信号均匀分解到不同的频带上,但由于算法限制,小波包变换后得到的树结点顺序与频带顺序并不一致,且现有方法不能快速高效地得到频带与小波包树结点的对应关系。本文针对这一问题,基于 MATLAB 平台,从小波包算法和异或运算的角度,剖析了滤波器组实现小波包变换算法,分析了频带均匀划分理论。借助分解路径,总结了小波包变换的频带顺序排列规律,并由此得到了小波包分解树的频带序号和树结点序号的转换算法以及各频带对应的通频带,为确定频带序号到小波包分解树结点序号的转换关系提供了一种有效的方法。

根据总结的小波包变换的频带顺序排列规律

和频带序号到结点序号的转换算法,对实测地震记录进行分析。可以看出,小波包空间分解的子频带的结点序号并不是完全按照频率递增顺序排列的,直观上证实了小波包处理地震非平稳信号过程中存在的“跳频”现象。频带序号对应结点序号的结果与现有方法的排列规律完全一致,验证了本文所述频带序号到结点序号转换算法的正确性。若不考虑能量泄漏,各结点通频带范围与本文所提供的转换算法结果基本一致,再次验证了本文所述转换算法的正确性。该转换算法对快速高效地提取地震信号局部特征、有层次地展现地震信号等具有重要意义。

参考文献

[1] 曾宇清,王卫东,贺启庸.按频带顺序排列的小波包新算法及应用[J].力学学报,1998,30(2):186-192(Zeng Yuqing, Wang Weidong, He Qiyong. Theory and Application of New Wavelet Packets Algorithm with Results in Order of Frequency-Bands[J]. Acta Mechanica Sinica, 1998, 30(2): 186-192)

[2] 薛惠,杨仁刚,郭永芳.小波包变换(WPT)频带划分特性的分析[J].电力系统及其自动化学报,2003,15(2):5-8(Xue Hui, Yang Rengang, Guo Yongfang. Frequency Division Character of Wavelet Packet Transform[J]. Proceedings of the CSU-EPSC, 2003, 15(2): 5-8)

[3] 曾宪伟,赵卫明,盛菊琴.小波包分解树结点与信号子空间频带的对应关系及其应用[J].地震学报,2008,30(1):90-96 (Zeng Xianwei, Zhao Weiming, Sheng Juqin. Corresponding Relationships between Nodes of Decomposition Tree of Wavelet Packet and Frequency Bands of Signal Subspace[J]. Acta Seismologica Sinica, 2008, 30(1): 90-96)

[4] Pham V L, Wong K P. Antidistortion Method for Wavelet Transform Filter Banks and Non Stationary Power System Waveform Harmonic Analysis[J]. IET Proceedings-Generation Transmission and Distribution,2001,148(2):117-122

[5] 彭玉华.小波变换与工程应用[M].北京:科学出版社,1999 (Peng Yuhua. Wavelet Transform and Engineering Application[M]. Beijing: Science Press,1999)

[6] 杨世锡,项文娟,叶红仙.基于 LabVIEW 的机械故障信号小波包分解和重构[J].机电工程,2007,24(7):14-16 (Yang Shixi, Xiang Wenjuan, Ye Hongxian. Decomposition and Reconstruction with Wavelet Packet of Mechanical Fault Signals Based on LabVIEW[J]. Mechanical & Electrical Engineering Magazine,2007,24(7):14-16)

[7] 吝伶俐,宋建成,谢特列.小波包频带检索改进算法及其在电机故障诊断中的应用[J].太原理工大学学报,2012,43(3):391-395 (Lin Lingyang, Song Jiancheng, Xie Telie. The Improved Algorithm of Wavelet Packet Frequency Band Retrieval and Its Application in Motor Fault Diagnosis [J]. Journal of Taiyuan University of Technology, 2012, 43(3): 391-395)

Fast Conversion Algorithm from Frequency Band to Node
Numbers of Seismic Signal Based on Wavelet Packet

HAN Jingjing¹ BAI Quan² MENG Donglin¹ LI Hewang¹ WANG Fei³

1 School of Architectural Engineering, Hezhou University, 18 Xihuan Road, Hezhou 542899, China

2 School of Architecture and Civil Engineering, Shenyang University of Technology, 111 West-Shenliao Road, Shenyang 110870, China

3 China First Metallurgical Group Co Ltd, 3 Gongye Road, Wuhan 430081, China

Abstract: A phenomenon of “frequency hopping” occurs when processing non-stationary seismic signals by wavelet packet. The existing method of decomposing seismic signals in high level based on wavelet packet cannot rapidly obtain the arrangement rule of frequency band numbers and node numbers. To rectify this disadvantage, a fast algorithm for converting frequency band to node numbers is proposed, based on wavelet packet transform and XOR algorithm. For analysis, we use the MATLAB platform, take Tangshan (north-south) seismic wave as an example and set the corresponding procedures. Our results get the same arrangement rule as the existing method from frequency band numbers to node numbers, verifying the correctness of the proposed conversion algorithm.

Key words: wavelet packet; tree node; frequency band arrangement; XOR algorithm

Foundation support: National Natural Science Foundation of China, No. 51204029, 51308348; Scientific Research Foundation of Department of Education of Liaoning Province, No. L2013050; Natural Science Foundation of Hezhou University, No. 2016ZZK06.

About the first author: HAN Jingjing, teaching assistant, majors in seismic load simulation and engineering vibration, E-mail: hanjingjing_stu@163.com.

Corresponding author: BAI Quan, associate professor, majors in random load simulation and structural dynamic response analysis, E-mail: baiquan@163.com.

温度变化对 GPS 站周期性的影响不容忽视

近日,中科院上海天文台许雪晴等首次应用三维热膨胀模型,根据地表温度数据计算出全球三维地表周年位形移变,并与 GPS 台站观测的周年位移数据进行对比,表明温度变化引起的地表形变是 GPS 台站周年位移的影响因素之一,特别是在水平方向。研究结果显示,由温度变化引起的全球地表三维周年形变在垂向上的振幅最大约 3 mm,在水平方向最大周年振幅约为 1.5 mm,且垂向周年位移的分布与温度周年变化表现一致,而水平方向的周年位移则与温度周年变化表现完全不同。这表明,由温度变化引起的地表位移已经足够显著,在高精度的地球参考框架维持中需予以考虑。该成果发表在《GPS Solutions》(<https://link.springer.com/article/10.1007/s10291-017-0609-6>)(邢乐林)。