

Intel MKL 在 Bernese GNSS 数据处理中的应用

孔 垚^{1,2} 孙保琪^{2,3,4} 张小贞^{2,3,4} 王源昕^{2,3,4}

1 西安工程大学电子信息学院,西安市金花南路19号,710048

2 中国科学院国家授时中心,西安市书院东路3号,710600

3 中国科学院大学,北京市玉泉路19号甲,100049

4 中国科学院精密导航定位与定时技术重点实验室,西安市书院东路3号,710600

摘 要: 为提高 Bernese GNSS software 数据处理效率,将英特尔数学核心函数库(math kernel library, MKL)应用于 Bernese 精密定轨数据处理,对比分析多个 MKL 矩阵求逆函数与 Bernese 原有程序的计算效率。使用 2019-03 全球 200 个测站北斗/GNSS 数据进行实验分析,结果表明,采用参数预消除策略时,参数预消除步骤消耗时间明显大于矩阵求逆,使用 MKL 处理数据效率提升不明显;而未采用参数预消除策略时,使用 MKL 矩阵求逆函数可显著提高矩阵求逆效率,其中 dpotri 函数矩阵求逆计算效率最高,消耗时间平均值为 133 s,相比 Bernese 原有程序计算速度可提高 13 倍。

关键词: Bernese GNSS software; 数学核心函数库; 精密定轨; 矩阵求逆

中图分类号: P228

文献标识码: A

随着全球卫星导航系统(global navigation satellite system, GNSS)在越来越多的学科领域发挥重要作用,许多国家和地区建立了大量连续运行参考站(continuously operating reference system, CORS),致使 GNSS 数据量呈几何倍数增长。GNSS 数据量的增长有助于提高产品的解算精度,但也会增加模型的复杂度和计算时间。为了提高大规模 GNSS 系统的数据处理效率,国内部分学者提出 OpenMP(open multi-processing)并行计算、MPI(message-passing-interface)并行计算、分布式计算、子网划分等技术^[1-11]。Bernese GNSS software Version 5.2 是 GNSS 数据处理领域的主流软件之一^[12],包括国际 GNSS 服务(international GNSS service, IGS)分析中心在内的多家科研单位都使用该软件进行科学研究、生产测量等工作。为了满足科学、工程及金融等领域的科学计算需求,英特尔公司专门开发了一套经过高度优化和广泛线程化的数学例程,称为数学核心函数库(math kernel library, MKL)。由于英特尔 MKL 在 Bernese GNSS software 数据处理中的研究较少,本文将主要分析英特尔 MKL 在 Bernese GNSS software 数据处理中的应用,重点分析其矩阵求逆函数对数据处理效率

的影响。

1 矩阵求逆算法

1.1 Bernese GNSS software

Bernese GNSS software Version 5.2 软件可调用子程序 syminvg 对法方程系数矩阵进行求逆,其基本思想为^[13]:1)对对称矩阵进行一系列初等变换,将其转换为对角阵;2)对对角矩阵的对角线元素取倒数;3)对转换后的新对角矩阵按照上述初等变换的逆顺序进行初等变换,得到矩阵的逆矩阵。其基本原理如下。

假定 \mathbf{A}_1 为 $n \times n$ 的对称矩阵, \mathbf{A}_{i+1} 、 \mathbf{A}_i 为对矩阵 \mathbf{A}_1 进行 i 次、 $i-1$ 次初等变换后的矩阵,可表示为:

$$\mathbf{A}_{i+1} = \mathbf{Q}_i^T \mathbf{A}_i \mathbf{Q}_i \quad (1)$$

式中,矩阵 \mathbf{Q}_i 为第 i 次初等变换对应的 $n \times n$ 阶初等矩阵,其取值为:当 $k \leq i$ 时取值为克罗内克函数,当 $j = i, k > i$ 时取值为 $-A_{i,i,k}/A_{i,i,i}$ 。

使用上述变换后, \mathbf{A}_{i+1} 中第 i 行与第 i 列的非对角线元素均为 0。为了提高数值稳定性,需要在对角线元素中选取主元。以 \mathbf{A}_i 选取主元为例,假定 $A_{i,i,l}$ 为对角线元素的最大值,将第 i 行与第 j 行以及第 i 列与第 j 列进行交换,即可将最大元

素 $A_{i,i,l}$ 和 $A_{i,i,i}$ 进行互换,用矩阵表示为:

$$\mathbf{A}'_i = \mathbf{X}_i \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i \quad (2)$$

$$\mathbf{X}_i = \begin{cases} X_{i,j,k} = \delta_{jk} \\ X_{i,i,l} = X_{i,l,i} = 1 \\ X_{i,i,i} = X_{i,l,l} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

经过 n 次选取主元和相似变换后,矩阵 \mathbf{A}_n 可表示为:

$$\mathbf{A}_n = \mathbf{Q}_{n-1}^T \cdots \mathbf{Q}_1^T \mathbf{X}_1 \mathbf{A}_1 \mathbf{X}_1 \mathbf{Q}_1 \cdots \mathbf{Q}_{n-1} \quad (4)$$

对矩阵 \mathbf{A}_n 的对角线元素取倒数,即可得到矩阵 \mathbf{A}_n^{-1} ,然后对矩阵 \mathbf{A}_n^{-1} 按照相反的顺序进行一系列初等变换,可得到矩阵 \mathbf{A}_1^{-1} 的表达式为:

$$\mathbf{A}_1^{-1} = \mathbf{X}_1 \mathbf{Q}_1 \cdots \mathbf{Q}_{n-1} \mathbf{A}_n^{-1} \mathbf{Q}_{n-1}^T \cdots \mathbf{Q}_1^T \mathbf{X}_1 \quad (5)$$

Bernese 软件中 syminvg 子程序采用上述算法对对称矩阵进行求逆。为节省存储空间,选取主元后程序不再进行行列交换^[14-15],且不再对 $n \times n$ 阶变换矩阵 \mathbf{Q}_i 进行存储,该算法时间复杂度为 $O(n^3)$ 。

1.2 Intel MKL

英特尔 MKL 是一套经过高度优化和广泛线程化的数学例程,核心数学函数包括 BLAS、LAPACK、ScaLAPACK1、稀疏矩阵解算器、快速傅立叶变换、矢量数学及其他函数。针对不同的存储方式和不同类型的矩阵,英特尔 MKL 均可提供相应的求逆函数,且不同的求逆函数具有不同的性能。矩阵类型包括一般矩阵、对称矩阵、三角矩阵,存储方式包括全存储、带状存储、压缩存储、矩形全压缩存储 4 种。本文矩阵类型为法方程系数矩阵,一般为对称正定矩阵,表 1 为 Intel MKL 相关的矩阵求逆函数,从表中可以看出,对于对称正定矩阵的全存储和压缩存储 2 种不同的存储方式,英特尔 MKL 可提供多个矩阵求逆函数,其中“?”表示数据类型,共包括 4 种:s(实数单精度浮点型)、d(实数双精度浮点型)、c(复数单精度浮点型)、z(复数双精度浮点型)。

表 1 Intel MKL 矩阵求逆函数列表

Tab. 1 Matrix inversion functions from Intel MKL

矩阵类型	存储方式	函数	分解函数	分解方式
一般矩阵	全存储	? getri	? getrf	LU
对称正定	全存储	? potri	? potrf	Cholesky
矩阵	压缩存储	? pptri	? pptra	Cholesky

本文以 dgetri 为例介绍 Intel MKL 求逆函数算法。使用 dgetri 函数对矩阵进行求逆之前,需要调用 dgetrf 函数对矩阵进行分解,该函数使用列主元素法对矩阵 \mathbf{A} 进行 LU 分解,分解后的矩阵 \mathbf{A} 可表示为:

$$\mathbf{A} = \mathbf{P} * \mathbf{L} * \mathbf{U} \quad (6)$$

式中,矩阵 \mathbf{P} 为置换矩阵, \mathbf{L} 为单位下三角矩阵,

\mathbf{U} 为上三角矩阵。

对矩阵 $\mathbf{A}_{n \times n}$ 进行分解后,调用 dgetri 函数求逆矩阵,即求解方程 $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{I}$,基本算法为:

```
for i = 1:n
    使用前向回代法计算  $\mathbf{L}\mathbf{y} = \mathbf{e}_i$ 
    使用后向回代法计算  $\mathbf{U}\mathbf{x}_i = \mathbf{y}$ 
end
```

其中, \mathbf{e}_i 为 $n \times n$ 阶单位矩阵的列向量。

与 dgetri 函数类似,dpotri 和 dpptri 函数在进行求逆前也需要调用相应的分解函数。dpotrf 函数在进行 Cholesky 分解时与 dgetrf 函数不同,具体算法参考文献[10-11]。dgetrf、dpotrf、dpptrf 函数浮点数运算次数分别为 $2n^3/3$ 、 $n^3/3$ 、 $n^3/3$,dgetri、dpotri、dpptri 函数浮点数运算次数分别为 $4n^3/3$ 、 $2n^3/3$ 、 $2n^3/3$,因此使用 Intel MKL 求逆函数的时间复杂度均为 $O(n^3)$,时间复杂度与 Bernese 软件 syminvg 函数一致。但英特尔 MKL 已使用以下技术对算法进行优化:循环展开技术(减小循环管理成本)、数据块技术(提高数据重用机会)、缓存管理技术、数据预加载技术(削弱内存延迟)、多处理器并行技术等。

以 dpotri 为例介绍英特尔 MKL 库函数的使用方法。在使用 dpotri 对法方程系数矩阵进行求逆之前,需要使用 dpotrf 进行 Cholesky 分解,其方法为:

$$\text{call dpotrf}(\text{uplo}, n, \mathbf{a}, \text{lda}, \text{info}) \quad (7)$$

式中,uplo 为字符变量,取值为‘U’或‘L’,其中‘U’表示仅存储对称矩阵上三角部分元素,‘L’表示仅存储对称矩阵下三角部分元素; n 为整型变量,表示方阵 \mathbf{a} 的阶数; \mathbf{a} 为双精度浮点型二维数组变量,存储求逆的原始矩阵,其维度为(lda, *),函数运行后其上三角部分和下三角部分分别存储 Cholesky 分解后得到的 \mathbf{U} 和 \mathbf{L} 矩阵;lda 为整型变量,表示矩阵 \mathbf{a} 的第一维度;info 为整型变量,表示子程序执行结果的变量,info=0 表示子程序运行成功,info=-i 表示第 i 个参数为非法值,info=i 表示矩阵 \mathbf{a} 的 i 阶方阵为非正定矩阵,无法进行 Cholesky 分解。

使用 dpotri 进行矩阵求逆的方法为:

$$\text{call dpotri}(\text{uplo}, n, \mathbf{a}, \text{lda}, \text{info}) \quad (8)$$

式中,uplo、 n 、 \mathbf{a} 、lda、info 参数类型与 dpotrf 函数一致,参数执行后若 info=0 表示子程序运行成功,逆矩阵存储在矩阵 \mathbf{a} 中;info=-i 表示第 i 个参数为非法值,info=i 表示矩阵 \mathbf{a} 的第 i 个对角线元素为 0,矩阵求逆失败。

2 数值实验

本文以精密轨道产品生成为例,分析 Intel MKL 求逆函数对 Bernese 数据处理性能的影响。事后最终精密轨道为 IGS、国际 GNSS 监测评估系统(international GNSS monitoring and assessment system, iGMAS)等提供的核心精密产品之一。本文采用以下流程计算最终轨道产品:1)使用全球 300 多个测站的单天观测数据进行精密定轨数据处理,并保留其法方程;2)对连续 3 d 法方程进行叠加,将中间 1 d 的叠加结果作为最终轨道产品。本文实验平台为单台服务器,其配置信息为:操作系统为 64 位 Red Hat Enterprise Linux Server Release 6. 2;CPU 型号为 Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2609 @2. 40 GHz,逻辑 CPU 个数为 8;系统内存为 64 G;服务器上安装有 Composer_xe_2011 版本 Intel MKL。

本文使用中国科学院国家授时中心 iGMAS 分析中心 2019 年年积日 59~91 共 33 个单天法方程进行分析。单天法方程中包括以下几种未知参数:测站坐标、卫星轨道参数(包括卫星轨道根数、虚拟随机脉冲)、对流层延迟、差分码偏差、地球自转参数、高阶电离层延迟参数,其中全局参数为测站坐标、卫星轨道根数、差分码偏差参数。图 1 为 2019 年年积日 59~91 共 33 个单天法方程未知参数个数。从图中可以看出,单天法方程未知参数个数约为 6 000,最大值为 6 490,最小值为 5 932。将连续 3 d 法方程进行叠加,3 d 法方程的未知参数个数约为 12 000,即需要对维度为(12 000,12 000)的法方程系数矩阵进行求逆运算。

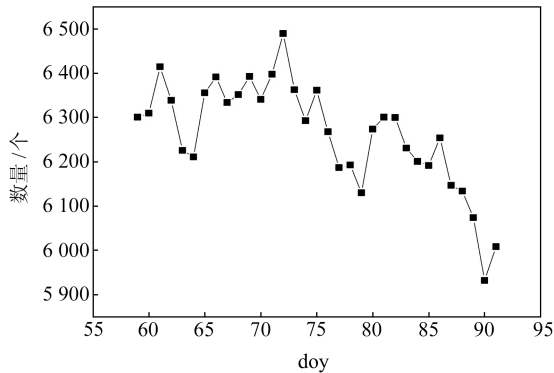


图 1 单天法方程参数个数统计
Fig. 1 Statistics of parameters number in single-day normal equation

参数预消除和回代求解是 Bernese 软件常用的一种数据处理策略。通过参数预消除可减小法方程维度,同时不影响数值解算结果。其具体算

法如下:假设 p_1 为法方程矩阵中卫星轨道、测站坐标参数, p_2 为法方程矩阵中对流层延迟参数、电离层延迟参数、差分码偏差、地球自转参数等需要消除的参数,则法方程可表示为:

$$\begin{bmatrix} N_{11} & N_{21}^T \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中, b_1 、 b_2 为法方程矩阵对应参数 p_1 、 p_2 的常数项, N_{11} 、 N_{22} 、 N_{12} 、 N_{21} 为未知参数分类后法方程系数矩阵分块形成的分块矩阵。

利用式(9)中第 2 个方程可求得:

$$p_2 = N_{22}^{-1} (b_2 - N_{21} p_1) \quad (10)$$

将式(10)代入式(9)中第 1 个方程可得:

$$(N_{11} - N_{21}^T N_{22}^{-1} N_{21}) \cdot p_1 = (b_1 - N_{21}^T N_{22}^{-1} b_2) \quad (11)$$

从上述过程可以看出,经过参数预消除后,法方程仅保留需要解算的参数,可减小法方程矩阵的维度。

本文首先分析在未采用参数预消除策略情况下,英特尔 MKL 对 Bernese 精密定轨数据处理的影响,对比分析 syminvlg、dpptri、dgetri、dpotri 四个函数的矩阵求逆效率。由于部分英特尔数学库函数具有并行运算功能,因此将 3 个 Intel MKL 函数设置为单线程模式,并且预先不消除任何参数。图 2 为 4 个矩阵求逆函数执行时间,从图中可以看出,syminvlg 函数执行时间最长,随着参数个数的变化,执行时间约为 1 500~1 800 s;dpptri 函数执行时间为 600~700 s;dgetri 函数执行时间在 200~300 s;dpotri 函数执行时间为 110~155 s。表 2(单位 s)为 4 个矩阵求逆函数执行时间的最大值、最小值和平均值,从表中可以看出,syminvlg、dpptri、dgetri、dpotri 执行时间平均值分别为 1 745.88 s、649.96 s、228.15 s、131.33 s。综合上述分析可知,相比 Bernese 自带 syminvlg 函数,使用英特尔 MKL 可明显缩短矩阵求逆时间,提高数据处理效率。与 syminvlg 函数相比,dpotri 函数性能最优,计算速度可提高 13 倍。

表 2 矩阵求逆执行时间统计
Tab. 2 Statistic of computing time of matrix inversion

函数	syminvlg	dpptri	dgetri	dpotri
最大值	1 867.23	725.81	256.47	155.00
最小值	1 506.63	543.84	197.89	110.00
平均值	1 745.88	649.96	228.15	131.33

进一步分析使用预消除策略后英特尔 MKL 对 Bernese 软件数据处理的影响。对连续 3 d 法方程进行叠加,仅保留卫星轨道相关参数、测站坐标参数,预消除对流层参数、电离层相关参数、地球自转参数。参数预消除后,3 d 法方程叠加时

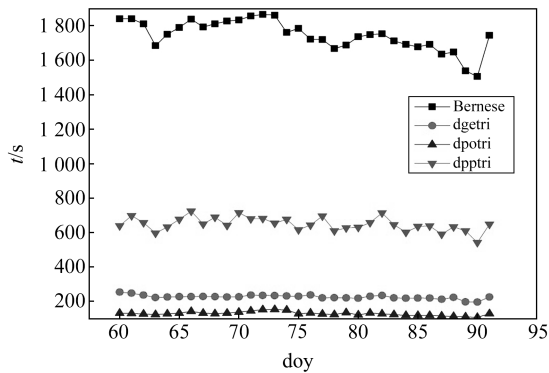


图 2 矩阵求逆执行时间

Fig. 2 Computing time of matrix inversion

需对维度为 $(2\ 800, 2\ 800)$ 的法方程系数矩阵进行求逆运算。图 3 为预消除参数后矩阵求逆时间序列,从图中可以看出,对于 $2\ 800 \times 2\ 800$ 维度的法方程系数矩阵,使用英特尔 MKL 时矩阵求逆计算速度相比 Bernese 原有算法仍具有较大提高;与图 2 相比可知,经过参数预消除后,法方程系数矩阵维度由 12 000 减小为 2 800, syminv、dpptri、dgetri、dpotri 四个矩阵求逆函数执行时间缩短为 20 s、8 s、4 s、2 s,矩阵求逆时间明显缩短,但参数预消除过程会花费很长时间。图 4 为参数预消除过程所用时间,从图中可以看出,虽然参数预消除可减小法方程系数矩阵维度,大大缩短矩阵求逆使用时间,但参数预消除过程会增加 1 400~1 700 s 的额外计算时间。

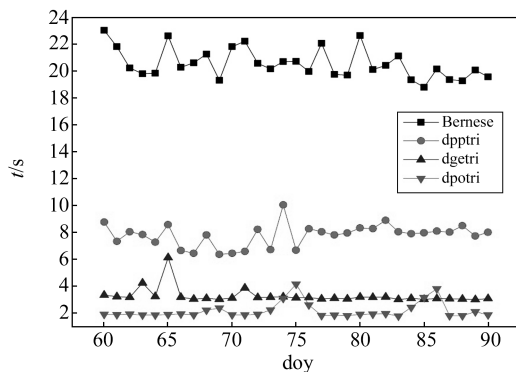


图 3 预消除参数后矩阵求逆执行时间

Fig. 3 Computing time of matrix inversion after parameter pre-elimination

综上所述可知,取消参数预消除,使用英特尔 dpotri 函数代替 syminv 子程序可明显缩短矩阵求逆时间,提高 Bernese 软件 GNSS 精密轨道确定的计算效率。

3 结 语

本文首先详细介绍 Bernese GNSS software 和英特尔 MKL 矩阵求逆函数的求逆算法,然后

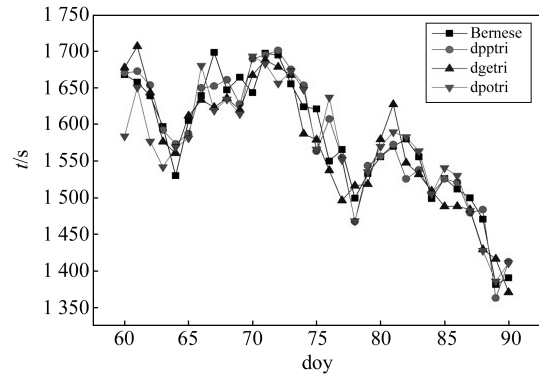


图 4 参数预消除执行时间

Fig. 4 Computing time of parameter pre-elimination

对比分析 syminv、dpptri、dgetri、dpotri 函数对 Bernese 软件精密定轨数据处理效率的影响。实测数据分析表明,在未进行参数预消除情况下,相比 Bernese 原有 syminv 函数,英特尔 MKL 函数可显著缩短矩阵求逆时间,其中 dpotri 函数效率最高,矩阵求逆时间为 133 s,相比 syminv 函数计算速度可提高约 13 倍;在采用参数预消除策略情况下,矩阵求逆时间明显减少,但参数预消除过程会额外增加 1 400~1 700 s 的计算时间。另外,本文仅分析单线程模式下英特尔矩阵求逆效率,下一步将对多线程模式下英特尔 MKL 求逆函数性能进行分析研究。

致谢:感谢 iGMAS、IGS 提供 GNSS 全球跟踪站观测数据,感谢中国科学院国家授时中心 iGMAS 分析中心提供软硬件测试平台。

参考文献

- [1] 宋力杰,欧阳桂崇. 超大规模大地网分区平差快速解算方法[J]. 测绘学报, 2003, 32(3): 204-207 (Song Lijie, Ouyang Guichong. A Fast Method of Solving Partitioned Adjustment for Super Large-Scale Geodetic Network[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2003, 32(3): 204-207)
- [2] 姜卫平,赵倩,刘鸿飞,等. 子网划分在大规模 GNSS 基准站网数据处理中的应用[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2011, 36(4): 389-391 (Jiang Weiping, Zhao Qian, Liu Hongfei, et al. Application of the Sub-Network Division in Large Scale GNSS Reference Station Network[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2011, 36(4): 389-391)
- [3] 邹贤才,李建成,汪海洪,等. OpenMP 并行计算在卫星重力数据处理中的应用[J]. 测绘学报, 2010, 39(6): 636-641 (Zou Xiancai, Li Jiancheng, Wang Haihong, et al. Application of Parallel Computing with OpenMp in Data Processing for Satellite Gravity[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2010, 39(6): 636-641)
- [4] 陈秋杰,沈云中,张兴福. MKL 和 OpenMP 多核并行算法解算高阶地球重力场的效率分析[J]. 大地测量与地球动力学, 2012, 32(5): 118-123 (Chen Qiujie, Shen Yunzhong,

- Zhang Xingfu. Analysis of Efficiency of Applying MKL and OpenMP Polynuclear Parallel Algorithms to Recovery of High Degree Earth's Gravity Field[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2012, 32(5): 118-123)
- [5] 陈正生,吕志平,崔阳,等. 基于BPE的GNSS数据并行快速解算[J]. 大地测量与地球动力学, 2013, 33(5): 79-82 (Chen Zhengsheng, Lü Zhiping, Cui Yang, et al. Parallel Computing of GNSS Data Based on Bernese Processing Engine[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2013, 33(5): 79-82)
- [6] 崔阳,吕志平,陈正生,等. 多核环境下的GNSS网平差数据并行处理研究[J]. 测绘学报, 2013, 42(5): 661-667 (Cui Yang, Lü Zhiping, Chen Zhengsheng, et al. Research of Parallel Data Processing for GNSS Network Adjustment under Multi-Core Environment[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2013, 42(5): 661-667)
- [7] 陈正生,吕志平,崔阳,等. 大规模GNSS数据的分布式处理与实现[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2015, 40(3): 384-389 (Chen Zhengsheng, Lü Zhiping, Cui Yang, et al. Implementation of Distributed Computing with Large-Scale GNSS Data[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2015, 40(3): 384-389)
- [8] 周浩,罗志才,钟波,等. 利用最小二乘直接法反演卫星重力场模型的MPI并行算法[J]. 测绘学报, 2015, 44(8): 833-839 (Zhou Hao, Luo Zhicai, Zhong Bo, et al. MPI Parallel Algorithm in Satellite Gravity Field Model Inversion on the Basis of Least Square Method[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2015, 44(8): 833-839)
- [9] 施闯,王成,张涛. 基于超算的全球电离层模型快速并行解算[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2018, 43(12): 2 093-2 098 (Shi Chuang, Wang Cheng, Zhang Tao. Rapid Parallel Estimation of Global Ionospheric Model Based on Supercomputer[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2018, 43(12): 2 093-2 098)
- [10] 张强,赵齐乐. OpenMP并行计算在全球电离层反演中的应用[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2018, 43(2): 227-233 (Zhang Qiang, Zhao Qile. Application of Parallel Computing with OpenMP in Global Ionosphere Mapping[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2018, 43(2): 227-233)
- [11] 王成,毛大智,施闯,等. 全球电离层模型的分布式并行解算[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2018, 43(8): 1 207-1 213 (Wang Cheng, Mao Dazhi, Shi Chuang, et al. Distributed Parallel Estimation for Global Ionospheric Modeling[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2018, 43(8): 1 207-1 213)
- [12] Dach R, Lutz S, Walser P, et al. Bernese GNSS Software Version 5.2[M]. Bern: Astronomical Institute, University of Bern, 2015
- [13] Busing W R, Levy H A. A Procedure for Inverting Large Symmetric Matrices[J]. Communications of the ACM, 1962, 5(8): 445-446
- [14] Rutishauser H. Algorithm 150: Syminv2[J]. Communications of the ACM, 1963, 6(2): 67-68
- [15] Rutishauser H. Remark on Algorithm 150: Syminv2[J]. Communications of the ACM, 1963, 6(7): 390

Application of Intel MKL in GNSS Data Processing with Bernese GNSS Software

KONG Yao^{1,2} SUN Baoqi^{2,3,4} ZHANG Xiaozhen^{2,3,4} WANG Yuanxin^{2,3,4}

1 School of Electronics and Information, Xi'an Polytechnic University, 19 South-Jinhua Road, Xi'an 710048, China

2 National Time Service Center, CAS, 3 East-Shuyuan Road, Xi'an 710600, China

3 University of Chinese Academy of Sciences, A19 Yuquan Road, Beijing 100049, China

4 Key Laboratory of Precision Navigation and Timing Technology, CAS, 3 East-Shuyuan Road, Xi'an 710600, China

Abstract: In order to improve the data processing efficiency of Bernese GNSS software, the intel math kernel library(MKL) is applied to Bernese GNSS software for precise orbit determination, and the computational efficiency of multiple MKL matrix inversion functions are compared with that of Bernese GNSS software. Experiment is analyzed based on Beidou/GNSS data of 200 stations distributed worldwide in March 2019, the results show that the time used by the step of pre-elimination is significantly more than that of matrix inversion, and the efficiency of data processing is not improved by using MKL. However, when the pre-elimination strategy is not applied, intel MKL can significantly improve the matrix inversion efficiency. The dpotri function has the highest efficiency in matrix inversion calculation, and the average computing time is 133 s, which is 13 times faster than that of Bernese GNSS software.

Key words: Bernese GNSS software; math kernel library; precise orbit determination; matrix inversion

Foundation support: International GNSS Monitoring and Assessment System(iGMAS); Project of Sharing Service Platform of National Science and Technology Resource.

About the first author: KONG Yao, PhD, lecturer, majors in data processing of GNSS precise orbit determination, E-mail: michale08@163.com.