第30卷第1期
2010年2月

大地测量与地球动力学
JOURNAL OF GEODESY AND GEODYNAMICS

Vol. 30 No. 1
Feb. ,2010

文章编号:1671-5942(2010)01-0140-05

重力数据网格化方法比较*

李振海[1)]　汪海洪[1,2)]

(1)武汉大学测绘学院,武汉　430079
2)武汉大学地球空间环境与大地测量教育部重点实验室,武汉　430079)

摘　要　使用 Shepard 曲面拟合法、加权移动趋势面拟合法及普通 Kriging 算法对重力异常数据进行空间内插实现数据网格化,从计算速度、网格化后数据图形的连续性、结果精度及适合应用范围等方面对 3 种方法进行比较,结果证明:1)同一地区的离散数据越均匀、起算数据越多,得到的网格化结果越好;2)普通 Kriging 方法插值精度最好,但是计算速度慢,适合应用于数据变化大的区域;其他两种方法计算速度快,只适合应用于数据变化小的区域。

关键词　Shepard 曲面拟合;趋势面拟合;普通 Kriging 法;网格化;重力异常

中图分类号:P207　　**文献标识码**:A

COMPARISON AMONG METHODS FOR GRAVITY DATA GRIDDING

Li Zhenhai[1)] and Wang Haihong[1,2)]

(1) *School of Geodesy and Geomatics*, *Wuhan University*, *Wuhan*　430079
2) *Key Lab. of Geospace Environment and Geodesy*, *Ministry of Education*, *Wuhan University*, *Wuhan*　430079)

Abstract　By using Shepard surface fitting method, weight moving trend surface fitting method and ordinary Kriging method, the anomalous gravity data were interpolated for gridding and then the gridded data results were compared with each other in calculating speed, continuity of gridded surface, the accuracy and the suitable fields of application. It is verified that: 1) the accuracy of gridding result; would become nice if the discrete data points are even in the same area and the initial data are enough; 2) the Ordinary Kriging method has the best interpolation accuracy, but calculating speed is slow, and it is suitable for great change areas; the other two methods have the fast speed, but they are suitable for little change areas.

Key words: Shepard surface fitting; weight moving trend surface fitting; ordinary Kriging method; gridding; gravity anomaly

1　引言

等值线图、曲面图、剖面图等在地质、地理、地球物理、地球化学等地学领域广泛使用。绘制这些图件主要利用原始采样点数据,其数据往往表现为分布不规则或采样点数量不足,因此一般先用网格化方法使其转化为规则分布的数据。重力测量的实际采集数据也是有限的,因此需要对样本数据网格化。网格化方法的好坏不仅直接影响到网格化数据的质量、精度和可信程度,而且还将进一步影响到数据解

* **收稿日期**:2009-08-03
基金项目:国家自然科学基金(40874002);国家重点基础研究发展计划(973 计划)(2007CB714405);地球空间环境与大地测量教育部重点实验室开放基金(08-02-03)
作者简介:李振海:博士研究生,主要研究方向为地球重力场的可视化. E-mail: lizhenhai666@163.com

释处理图件的质量、效果和可靠性。常用的网格化方法可分为趋势面拟合、插值、综合法(残差叠加法)、Kriging 法[1-7]。本文主要将趋势面拟合、综合法(残差叠加法)、克里金法等 3 种网格化方法应用于重力异常数据的网格化中,并用实验方法对其精度进行比较分析。

2　三种网格化方法的基本原理

2.1　加权平均拟合模型

本文采用的是 Shepard 局部逼近模型,权函数为[8]:

$$p(r)=\begin{cases}\dfrac{1}{r} & (0<r\leqslant\dfrac{R}{3})\\ \dfrac{27}{4R}(\dfrac{r}{R}-1) & (\dfrac{R}{3}<r\leqslant R)\\ 0 & (r>R)\end{cases} \tag{1}$$

式中 r_i 为已知点与待求点的平面距离:

$$r_i=\sqrt{(B-B_i)^2+(L-L_i)^2} \tag{2}$$

相应的曲面拟合模型为:

$$\zeta(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}f_i(p(r_i))^{\mu}}{\sum\limits_{i=1}^{n}(p(r_i))^{\mu}} & (r_i\neq 0)\\ f_i & (r_i=0)\end{cases} \tag{3}$$

2.2　加权移动趋势面拟合模型[9-12]

趋势面分析的模型公式为 $Z(X,Y)=\sum\limits_{k=0}^{n_0}\sum\limits_{i=0}^{k}a_{k,i}X^{(k-i)}Y^{i}$,$n_0$ 多项式的次数。设地面实际观测数据为 $Z_i(x_i,y_i)\ (i=1,2,\cdots,n)$,趋势面拟合值为 $\hat{Z}(x_i,y_i)$,则有

$$Z_i(x_i,y_i)=\hat{Z}_i(x_i,y_i)+\varepsilon_i \tag{4}$$

式中 ε_i 为残差。当式(4)中(x_i,y_i)变化时可以计算出每一个点的趋势值和残差。则

$$\hat{Z}=a_0+a_1x+a_2y+a_3xy+a_4x^2+a_5y^2+\cdots=AX \tag{5}$$

其残差平方和为 $\Omega=\sum\limits_{i=1}^{n}[z_i-\hat{z}_i]^2=\sum\limits_{i=1}^{n}[z_i-a_0+a_1x+\cdots+a_px_{pi}]^2$,使 $\Omega\rightarrow\min$。求 Ω 对 $a_0,a_1,\cdots,a_p$ 的偏导数,并令其等于0,令:

$$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix}1 & x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{p1}\\ 1 & x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{p2}\\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots\\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \cdots & x_{pn}\end{bmatrix},\boldsymbol{Z}=\begin{bmatrix}z_1\\ z_2\\ \vdots\\ z_n\end{bmatrix},\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}a_1\\ a_2\\ \vdots\\ a_n\end{bmatrix}$$

得到 $\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}=\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}$,计算可得

$$\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z} \tag{6}$$

将式(6)代入式(5)即可加密每一点的高程值。权函数为:

$$w(d)=1/(1+d^2/a^2) \tag{7}$$

式中,a 为常数,可由试验给定,一般应取数据点平均间距的两倍为宜。考虑权因素,则式(6)变为:

$$\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{Z} \tag{8}$$

将式(8)代入式(5)即可得到加密点的高程。

2.3　普通 Kriging 法[9,10]

设区域化随机变量 $z(x)$ 满足二阶平稳或本征假设,x_0 为待测点,$x_i(1,2,\cdots,n)$ 为其周围的已测点,对应的观测值为 $z(x_i)$。设 $z(x_0)$ 为待测点 x_0 的真值,$\hat{z}(x_0)$ 为其的估计值,它由相邻已测点的观测值加权求得,即:

$$\hat{z}(x_0)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i z(x_i) \tag{9}$$

式中 λ_i 为加权系数。普通 Kriging 法是根据无偏和最小方差准则确定加权系数 λ_i。无偏和最小方差可分别表示为:

$$E\{\hat{z}(x_0)-z(x_0)\}=0 \tag{10}$$

$$\sigma_{\varepsilon}^2(x_0)=\mathrm{Var}[\hat{z}(x_0)-z(x_0)]=\min \tag{11}$$

由式(9)~(11),并结合二阶平稳或本征假设,可得普通 Kriging 法点估计的线性方程组:

$$\left.\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\gamma(x_i-x_j)+\mu-\gamma(x_j-x_0)\ (j=1,2,\cdots,n)\\ &\sum_{i=1}^{n}\lambda_i=1\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

式中 μ 为 Lagrange 乘子,$\gamma(x_i-x_j$ 为变异函数。上述线性方程组可写成如下矩阵形式:

$$\begin{bmatrix}\gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1n} & 1\\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2n} & 1\\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots\\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \cdots & \gamma_{nn} & 1\\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_1\\ \lambda_2\\ \vdots\\ \lambda_n\\ \mu\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\gamma_{10}\\ \gamma_{20}\\ \vdots\\ \gamma_{n0}\\ 1\end{bmatrix} \tag{13}$$

式中 γ_{ij} 为 $\gamma(x_i-x_j)$ 的简写,解方程组(13)即可求得加权系数 λ_i 和 μ。

本文先计算实验变异函数,然后采用变异函数的理论模型拟合样本空间内关于距离的变异函数[11-13]。利用该变异函数并根据式(13)求解加权系数 λ_i,进而由式(9)得点 x_0 的估值 $\hat{z}(x_0)$。

3　实验结果与分析

3.1　实验方案

采用 EGM96 模型生成 3 个测区的重力异常数据,A 区起点分别为(114.2°E,30.37°N),B 区(102.51°E,30.45°N),C 区(114.48°E,37.05°N),大小均为,分别做了 4 组对比实验:不同参数的 Shepard 方法网格化结果对比(实验 1)、不同起算数据对网格化结果影响(实验 2)、起算数据的分布情况对网格化结果的影响(实验 3)以及不同方法对各

测区的适应情况(实验 4)。

3 个测区的统计情况如表 1 所示,*A* 区数据变化较大,其次是 *C* 区,*B* 区变化最小。

表 1 3 个区域的数据统计(单位:$10^{-5}ms^{-2}$)

Tab. 1 Statistics of data in three area(unit: $10^{-5}ms^{-2}$)

测区	最大值	最小值	平均值	均方根	标准差
A 区	7.52	-28.75	-7.87	11.09	7.81
B 区	-4.40	-23.69	-16.35	16.87	4.12
C 区	-9.36	-44.64	-23.58	24.56	6.85

实验 1 中,只采用 Shepard 拟合法,起算数据为 100 个分布相对均匀的离散点,分别设置不同的拟合半径及拟合度,计算 60 × 60(即 1′ × 1′)网格数据,然后将网格化结果与模型数据对比,进行统计分析,求出的标准差如图 1 所示。

实验 2 中,分别在 *A* 区范围内选取 36 个、100 个以及 144 个相对均匀分布的离散点为起算数据,计算(即)网格数据,然后将网格化结果与模型数据对比分析,结果如表 2 所示。

实验 3 中,分别在 *A* 区 1° × 1°范围内选取 35 个均匀分布的离散点及 35 个非均匀分布的离散点,用这两组数据作为起算数据,然后分别采用 3 种方法网格化,计算 35 × 35(即 1.714′ × 1.714′)的重力异常网格数据,点位分布如图 2 所示,然后将网格化结果与模型数据对比分析,统计信息为表 3 的第 1 栏和第 2 栏。

实验 4 中,分别在 *A*、*B* 和 *C* 区 1° × 1°范围内选取 35 个均匀分布的离散点为起算数据,进行网格化处理,计算 35 × 35(即 1.714′ × 1.714′)的网格数据,然后将网格化生成数据与模型数据对比分析,统计信息如表 3 的第 3 栏和第 4 栏。

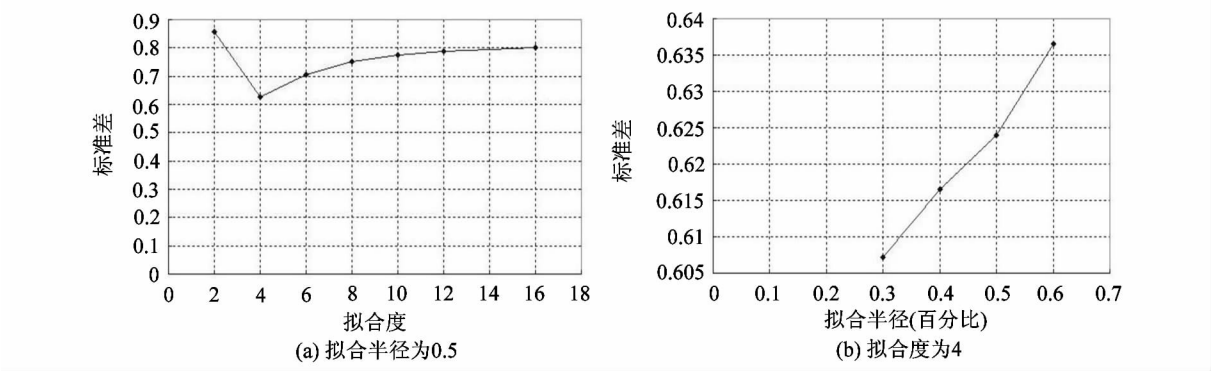


图 1 不同参数的 Shepard 法网格化结果统计

Fig. 1 Statistics of Shepard method gridding results with different parameters

表 2 *A* 区不同起算数据网格化结果统计表(标准差 / 计算时间(s))

Tab. 2 Statistics results from different gridding and different initial data gridding methods in area *A*

	36 个起算点	100 个起算点	144 个起算点
Shepard 曲面拟合法	1.355 814 / 0.031	0.856 701 / 0.062	0.762 297 / 0.078
趋势面拟合法	0.928 397 / 1.547	0.809 699 / 10.656	0.802 828 / 21.937
普通 Kriging 法	0.745 851 / 4.250	0.278 596 / 79.547	0.180 543 / 231.187

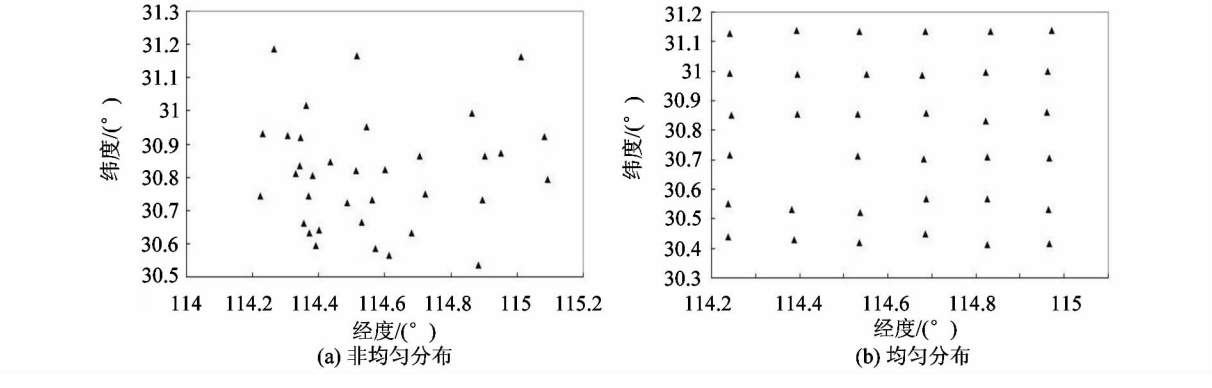


图 2 *A* 区起算数据点位分布图

Fig. 2 Distribution of initial data points in area *A*

3.2　结果分析

从实验 1 的结果(图 1)可以看出,当拟合半径一定时,拟合度取 3 ~ 5 较合适;当拟合度一定(文中取 4)时,随着拟合半径的变大,权的影响力变小,网格化结果精度降低。

从实验 2 的结果(表 2))可以看出,计算时间主要与起算数据有关,起算数据越多,计算时间越长,网格化精度越高。

表 3 为实验 3 与实验 4 的结果。比较表 3 的第 1 栏和第 2 栏:均匀分布点位的网格化结果的精度要比非均匀分布的高,即起算数据分布越均匀,网格化精度越高。

比较表 3 的第 2 栏、第 3 栏和第 4 栏可得:在任何一个测区,网格化结果的精度,普通 Kriging 法精度最高,其次为 Shepard 曲面拟合法,趋势面拟合精度最差;网格化计算所用时间,普通 Kriging 法网格化最多,其次为趋势面拟合法,Shepard 曲面拟合法用时最少。

3 个测区都采用 Shepard 拟合法时,计算结果精度依次由高到低排列:*B* 区 > *A* 区 > *C* 区;趋势面拟合法的排列为:*B* 区 > *C* 区 > *A* 区;而普通 Kriging 法的排列为:*A* 区 > *B* 区 > *C* 区;可见,3 种方法中,Shepard 拟合法和趋势面拟合法更适合在数据变化较小的区域,而 Kriging 法则能在数据变化较大的区域拟合出更高的精度。

表 3　3 个区点位网格化结果统计表(单位:$10^{-5}ms^{-2}$)

Tab. 3　Statistics results from three in gridding methods (unit: $10^{-5}ms^{-2}$)

序号	测区	网格化方法	最大值	最小值	平均值	均方根	标准差	计算时间(s)
1	*A* 区(非均匀点位分布)	Shepard 曲面拟合法	4.322 190	-17.908 871	-1.957 203	4.761 358	4.340 494	0.016
		趋势面拟合法	38.142 357	-10.809 740	0.552 418	4.973 410	4.942 635	0.766
		普通 Kriging 法	4.106 130	-14.658 161	-1.518 154	3.539 601	3.197 496	1.391
2	*A* 区(均匀点位分布)	Shepard 曲面拟合法	4.214 200	-4.619 360	0.144 703	1.453 185	1.445 962	0.016
		趋势面拟合法	8.542 658	-4.887 90	0.310 508	2.449 870	2.430 113	0.672
		普通 Kriging 法	3.697 060	-3.913 720	0.089 933	0.832 043	0.827 169	1.375
3	*B* 区(均匀点位分布)	Shepard 曲面拟合法	5.278 759	-2.473 301	0.052 966	1.427 214	1.426 230	0.016
		趋势面拟合法	4.031 430	-3.194 071	-0.083 946	1.682 452	1.680 356	0.656
		普通 Kriging 法	4.572 950	-1.681 629	0.057 075	1.029 073	1.027 489	1.328
4	*C* 区(均匀点位分布)	Shepard 曲面拟合法	5.021 11	-7.840 530	0.123 387	1.809 259	1.805 047	0.016
		趋势面拟合法	7.279 121	-5.722 330	0.285 566	2.355 743	2.338 370	0.656
		普通 Kriging 法	3.139 851	-5.889 191	0.071 652	1.143 602	1.143 55	1.328

图 3 为 *A* 区非均匀分布点位分别用 3 种网格化方法得到网格数据的图形(起算数据为非均匀分布)。从图 3 可以直观的看出,普通 Kriging 法网格化结果与原始数据比较接近,连续性好,精度较高。

综合图 2、图 3、表 2 和表 3,Shepard 拟合法适合应用于局部特征模拟,计算速度快;加权移动趋势面法反映测量值的趋势性变化,高次趋势面局部逼近程度高;普通 Kriging 法生成数据连续性好,精度高,适合应用于变化较大的数据的网格化中,只是运算速度稍慢。

4　结语

1) 网格化的计算速度与起算数据多少有关;结果精度与区域数据变化的大小、起算数据的分布有关。

2) 因 3 种网格化方法的计算结果有差异,在实际应用中,应根据不同情况采用不同网格化方法。

3) 采用 Shepard 拟合法时,拟合度采用 3 ~ 5 较合适(并不是拟合度越大越好);采用加权移动趋势面法时,考虑到方程唯一解,在改进的算法中,拟合半径可以自动改变。

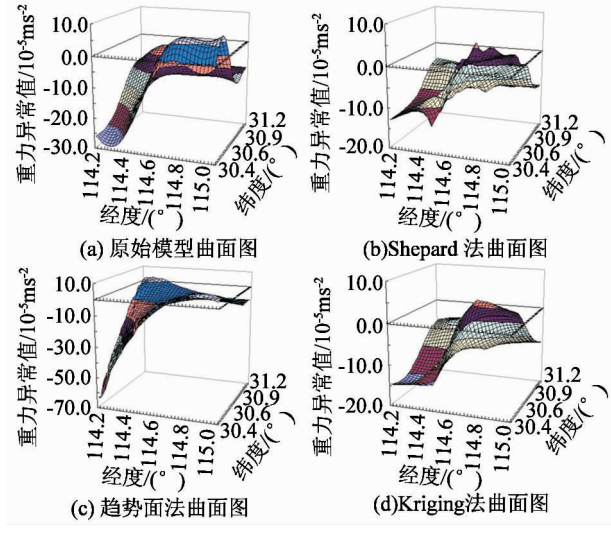


图 3　*A* 区 3 种网格化结果图形对比

Fig. 3　Comparison among three gridding results in area *A*

4）普通 Kriging 法是一种对空间分布数据求最优、线性、无偏内插估计量的方法，能最大程度地利用所给的信息，具有很高的插值精度，只是速度慢。

算例表明，普通 Kriging 法网格化结果精度最高，克里金改进方法在不同的情况下能够得到更加准确的结果。

参 考 文 献

1 蔡玉华. 达里亚工区速度体建立中几种网格化方法的对比分析[J]. 石油物探，1995，34(4)：100－108.（Cai Yuhua. Gridding methods used for constructing velocity volume in Daliya：Comparative analysis[J]. Geophysical Prospecting for Petroleum，1995，34(4)：100－108）

2 张美根. 非规则网带断层地震数据的网格化[J]. 地球物理学进展，1999，14(1)：69－76.（Zhang Meigen. Gridding of irregular seismic data with faults[J]. Progress in Geophysics，1999，14(1)：69－76）

3 Seron F J，Badal J I and Sabadell F J. Spatial prediction procedures for regionalization and 3D imaging of Earth structures [J]. Physics of the Earth and Planetary Interiors，2001，123：149－168.

4 Lloyd C D and Atkinson P M. Increased accuracy of geological prediction of nitrogen Dioxide in the United Kingdom with secondary data[J]. International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation，2004，(5)：294－305.

5 程红杰，等. 地震数据网格化方法研究[J]. 工程地球物理学报，2006，3(1)：28－32.（Cheng Hongjie，et al. Study on seismic data gridding methods[J]. Chinese Journal of Engineering Geophysics，2006，3(1)：28－32）

6 钟波，罗志才. GPS 水准综合模型的应用研究[J]. 测绘通报，2007(6)：5－7.（Zhongbo and Luo Zhicai. Research on application of combined model for GPS leveling[J]. Bulletin of Surveying and Mapping，2007(6)：5－7）

7 姚道荣，等. 最小二乘配置与普通 Kriging 法的比较[J]. 大地测量与地球动力学，2008，28(3)：77－82.（Yao Daorong，et al. Comparison between least square collocation and ordinary Kriging[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics，2008，28(3)：77－82）

8 管泽霖，等. WZD94 中国重力大地水准面研究[J]. 武汉测绘科技大学学报，1994，19(4)：292－297.（Guan Zelin，et al. The research of gravity geoid WZD94 in China [J]. Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping，1994，19(4)：292－297）

9 张瑞林，易俊，陈科. 趋势面拟合法在煤矿瓦斯预测中的应用[J]. 中国矿业，2006，15(9)：59－61.（Zhang Ruilin，Yi Jun and Chen Ke. Forecasting the gas distribution law of coal mine applying trend face simulation method[J]. China Mining Magazine，2006，15(9)：59－61）

10 葛永慧，康志军. 加权移动趋势面拟合[J]. 工程图学学报，2008(2)：110－115.（Ge Yonghui and Kang Zhijun. Weighted technology of moving trend surface fitting[J]. Journal of Engineering Graphics，2008(2)：110－115）

11 Lancaster P and Salkauskas K. Surfaces generated by moving least squares methods[J]. Mathematics of Computation，1981，37(155)：141－158.

12 Belytschko T，Lu Y Y and Gu L. Element－free galerkin methods[J]. Int. J. Numer. Meth. Engng，1994，46(37)：229－256.

13 王靖波，潘懋，张绪定. 基于 Kriging 方法的空间散乱点插值[J]. 计算机辅助设计与图形学学报，1999，11(6)：525－529.（Wang Jingbo，Pan Mao and Zhang Xuding. The kriging interpolation method for scattered data points [J]. Journal of Computer Aided Design and Computer Graphics，1999，11(6)：525－529）

（上接第 139 页）

3 Wiener A and Brunner F K. Short static GPS sessions：robust estimation results[J]. GPS Solutions，2002，5(3)：70－79.

4 赵庆海. 高精度 GPS 向量网抗差估计[J]. 测绘学报，2004，33(1)：45－48.（Zhao Qinghai. Robust estimation for high－precision GPS vector network [J]. Acta Geodaetica et Cartographic Sinica，2004，33 (1)：45－48）

5 Baselga S and Garcıa-Asenjo L. GNSS differential positioning by robust estimation[J]. Journal of Surveying Engineering，2008，134 (1)：21－25.

6 Gökalp E，Güngör O and Boz Y. Evaluation of different outlier detection methods for GPS networks[J]. Sensors，2008，8：7 344－7 358.

7 李新娜，归庆明，许阿裴. 基于识别变量的粗差探测的 Bayes 方法[J]. 测绘学报，2008，37(3)：355－360.（Li Xinna，Gui Qingming and Xu Apei. Bayesian method for detection of gross errors based on classification variable[J]. Acta Geodaetica et Cartographic Sinica，2008，37(3)：355－360）

8 Gilks W R，Richardson S and Spiegelhalter D J. Markov Chain Monte Carlo in practice[M]. Chapman & Hall，London，1996.

9 Koch KR. Introduction to Bayesian statistics(2nd) [M]. Springer，Berlin，2007.

10 周江文，等. 抗差最小二乘法[M]. 武汉：华中理工大学出版社，1997.（Zhou Jiangwen，et al. Robust least squares method[M]. Wuhan：Publishing House of Huazhong University of Science and Technology，1997）

11 Wolf P R and Ghilani C D. Adjustment computations：statistics and least squares in surveying and GIS (3rd Edn) [M]. New York：John Wiley and Sons，1997.