

联合 GRACE 卫星轨道及距离变率数据 反演地球重力场方法研究*

张兴福¹⁾ 沈云中²⁾

(1) 广东工业大学测绘工程系, 广州 510006
(2) 同济大学测量与国土信息工程系, 上海 210092)

摘要 基于动力学法, 研究联合 GRACE 卫星精密轨道及距离变率数据反演地球重力场的方法, 该方法可对重力位系数及卫星初始状态误差同时进行有效校正。通过对各观测值模拟不同的随机误差, 研究了不同精度观测值联合反演所能达到的精度, 以及用相同精度的观测值进行联合反演时不同采样率对反演结果的影响, 模拟计算结果表明: 联合反演模式下, 当距离变率精度为 $1 \mu\text{m/s}$, 卫星位置精度为 $2 \sim 3 \text{ cm}$, 速度精度为 $0.1 \sim 0.5 \text{ mm/s}$ 时, 加速度计精度为 $(1.0 \times 10^{-10} \sim 1.0 \times 10^{-9}) \text{ m/s}^2$ 比较适合; 将距离变率精度由 $1 \mu\text{m/s}$ 提高到 $0.1 \mu\text{m/s}$ 时, 反演精度可获得相应提高; 在观测值精度一定的情况下, 联合反演算法宜采用 5 s 采样率。

关键词 GRACE 卫星; 精密轨道; 星间距离变率; 动力学法; 联合反演

中图分类号: P312.1

文献标识码: A

METHOD OF GRAVITY FIELD INVERSION WITH COMBINING GRACE ORBITS AND RANGE-RATE OBSERVATIONS

Zhang Xingfu¹⁾ and Shen Yunzhong²⁾

(1) Department of Surveying and Mapping, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006
(2) Department of Surveying and Geomatics, Tongji University, Shanghai 200092)

Abstract The dynamical method based on the precision orbits and range-rate data of GRACE for recovering gravity field model is discussed, and the gravitational potential coefficients and the satellite's initial state error can be estimated simultaneously with this algorithm. The gravity field models are recovered with the combined observations with different orbits accuracy and different sampling rate range-rate of GRACE, finally the accuracy of gravity field model recovery are analyzed. The simulated results show that the accuracy of accelerometer from $(1.0 \times 10^{-10} \sim 1.0 \times 10^{-9}) \text{ m/s}^2$ is suitable for the combined recovery algorithm, as the range-rate with $1 \mu\text{m/s}$ accuracy, satellite's position with $2 \sim 3 \text{ cm}$ accuracy, and satellite's velocity with $0.1 \sim 0.5 \text{ mm/s}$ accuracy. When the accuracy of range-rate is improved from $1 \mu\text{m/s}$ to $0.1 \mu\text{m/s}$, the accuracy of recovered model is improved correspondingly; the accuracy of the recovered model based on same accuracy observations with sampling rate of 5 seconds is the highest accurate.

Key words: GRACE satellite; precision orbits; range-rate; dynamical method; combined inversion

* 收稿日期: 2010-12-28

基金项目: 中国科学院动力大地测量学重点实验室开放基金(L09-07)

作者简介: 张兴福, 男, 1977年生, 副教授, 主要从事卫星重力、GPS数据处理及应用软件开发. E-mail: xfzhang77@163.com

1 引言

应用卫星重力观测数据反演地球重力场已经成为当今国内外大地测量领域的研究热点之一,近年来国内外许多学者在卫星重力模拟及实测数据处理研究方面均取得了大量的优秀科研成果^[1-11]。目前应用 GRACE 卫星观测数据反演地球重力场的主要方法有动力学法、短弧边值积分法、能量法、加速度法以及天体力学等^[8,12]。动力学法是经典有效的地球重力场反演方法之一,其本质是以卫星初始状态及先验重力场为初值进行线性化求解,一般可先借助成熟的定轨软件,利用星载 GPS 观测数据确定重力卫星的精密轨道,然后再根据获得的轨道数据及星载 KBR 等观测数据反演地球重力场,该方法也可扩展为完全动力学法,即将卫星轨道、地球重力位系数、GPS 相位模糊度以及钟差等参数一起求解,即所谓的反演地球重力场的“一步法”,其过程最为复杂,计算量最大,理论最严密;短弧边值积分法是基于牛顿运动方程解已知边值问题(弧长约 30~40 分钟),该方法可较好地消减各类模型误差对反演地球重力场的影响,也可灵活地处理观测数据间断问题^[10];能量法和加速度法求得的实际重力场模型的精度要比动力学法及短弧边值积分法低;利用天体力学法也可以求得高精度的重力场模型^[12]。我国在卫星重力研究方面起步相对较晚,在软硬件方面和美欧还存在一定的差距,而要发展我国自主的卫星重力系统,还需要大量的论证和模拟计算。

基于经典动力学法反演地球重力场,若仅采用 GRACE 卫星星间距离变率数据,观测值的性质决定了该方法无法对卫星初始状态的绝对位置和速度误差进行有效估计,若不估计卫星初始状态向量误差,则必然对反演结果产生很大影响,弧长越长影响越大。可采用只估计相对速度误差方法消减初始状态误差的影响^[7],但本文重点研究联合 GRACE 卫星精密轨道数据及星间距离变率数据反演地球重力场的方法,可直接同时解算重力位系数及卫星初始状态向量误差,并通过不同精度观测值的组合模拟计算,探讨本文方法所能达到的精度。

2 原理与方法

根据牛顿力学理论,若设卫星状态向量 $\mathbf{y}(t) = [\mathbf{r}(t), \dot{\mathbf{r}}(t)]$, 则 GRACE 卫星的轨道扰动及星间距离变率扰动与地球重力位系数以及卫星初始状态参数向量之间的关系为:

$$\Delta \mathbf{r}_i(t) = \mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_i^0(t) = \frac{\partial \mathbf{r}_i(t)}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} + \frac{\partial \mathbf{r}_i(t)}{\partial \mathbf{r}_i(t_0)} \delta \mathbf{r}_i(t_0) \quad (1)$$

$$\Delta \dot{\rho}(t) = \dot{\rho}(t) - \dot{\rho}^0(t) = \sum_{i=1}^2 \left[\frac{\partial \dot{\rho}(t)}{\partial \mathbf{y}_i(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_i(t)}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} + \frac{\partial \dot{\rho}(t)}{\partial \mathbf{y}_i(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_i(t)}{\partial \mathbf{y}_i(t_0)} \delta \mathbf{y}_i(t_0) \right] \quad (2)$$

其中, $i(i=1,2)$ 为 GRACE 卫星两颗卫星编号; $\dot{\rho} = (r_2^0 - r_1^0) e_{12}^0, e_{12}^0 = (r_2^0 - r_1^0) / \rho^0, \rho^0 = (r_2^0 - r_1^0) e_{12}^0$, 观测值上标“0”表示近似值,是由卫星初始状态向量和初始先验重力场通过积分获得的; $\Delta \mathbf{r}_i(t)$ 为 t 时刻 GRACE 卫星轨道扰动; $\Delta \dot{\rho}(t)$ 为 t 时刻 GRACE 卫星星间距离变率扰动; \mathbf{u} 为先验重力场位系数; $\delta \mathbf{u}$ 和 $\delta \mathbf{r}_i$ 及 $\delta \mathbf{y}_i$ 为先验重力场位系数改正数和卫星初始状态改正数。整理式(1)和(2)可得:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{y}_1(t)}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \mathbf{y}_1(t)}{\partial \mathbf{y}_1(t_0)} & 0 \\ \frac{\partial \mathbf{y}_2(t)}{\partial \mathbf{u}} & 0 & \frac{\partial \mathbf{y}_2(t)}{\partial \mathbf{y}_2(t_0)} \\ \sum_{i=1}^2 \left[\frac{\partial \dot{\rho}(t)}{\partial \mathbf{y}_i(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_i(t)}{\partial \mathbf{u}} \right] & \frac{\partial \dot{\rho}(t)}{\partial \mathbf{y}_1(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_1(t)}{\partial \mathbf{y}_1(t_0)} & \frac{\partial \dot{\rho}(t)}{\partial \mathbf{y}_2(t)} \frac{\partial \mathbf{y}_2(t)}{\partial \mathbf{y}_2(t_0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{u} \\ \delta \mathbf{y}_1 \\ \delta \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{r}_1 \\ \Delta \mathbf{r}_2 \\ \Delta \dot{\rho} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式(3)可写为如下矩阵形式,

$$\mathbf{V} = \mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{L} \quad (4)$$

假设第 j 个弧长有 m 个历元观测值,则第 j 个弧长由 m 个历元所组成的法方程及常数项为

$$\mathbf{N}_j = \sum_{k=1}^m \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k, \mathbf{L}_j = \sum_{k=1}^m \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{L}_k \quad (5)$$

其中, $\mathbf{P}_k = \begin{bmatrix} P_1 & & \\ & P_1 & \\ & & P_2 \end{bmatrix}$, P_1 为 GRACE 卫星精密轨道数据对应的权,并假设两颗卫星轨道精度相同, P_2

为 GRACE 卫星星间距离变率数据对应的权,一般设轨道对应的权为 1,星间距离变率的权由轨道精度和距离变率精度确定。由公式(5)可获得每个弧段的法方程及常数项,一个弧长待求参数包含位系数改正数参数以及卫星初始状态改正数参数,而求解位系数改正数是我们最终的目的,因此在每个弧段结束后,需要将卫星初始状态改正数参数消去,即

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N}_{uu} & \mathbf{N}_{ur} \\ \mathbf{N}_{ru} & \mathbf{N}_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{u} \\ \delta \mathbf{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_u \\ \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中, \mathbf{u} 为位系数参数向量, \mathbf{r} 为卫星初始状态向量参数, \mathbf{N}_{uu} 为求解位系数参数法方程块, \mathbf{N}_{rr} 为求解两颗卫星初始位置参数法方程块, \mathbf{N}_{ru} 和 \mathbf{N}_{ur} 为两类参数联系法方程块, \mathbf{L}_u 和 \mathbf{L}_r 为相应的常数项,将上式中的初始位置参数消去,得到求解位系数的法方程为

$$(N_{uu} - N_{ur}N_{rr}^{-1}N_{ru})\delta u = L_{uu} - N_{ur}N_{rr}^{-1}L_r \quad (7)$$

式(7)即为综合反演的最终法方程。可在每一个积分弧段结束后将两颗卫星初始状态参数消去,只保留和位系数有关的法方程部分。得到新的模型后,可采用大地水准面阶误差及大地水准面累计误差对结果进行精度评定。

3 模拟计算与分析

本文所有的模拟计算均按照经典动力学法的方法进行,参考重力场模型选择 EGM96,真实重力场模型选择 CG01C,反演阶次均为 100,观测数据量为 30 天,模拟反演的基本过程为:根据 GRACE 卫星的轨道设计参数,计算两颗 GRACE 卫星初始状态向量,以此作为轨道积分的起算数据,先用 100 阶次的 CG01C 模型模拟两颗 GRACE 卫星轨道以及星间距离变率数据作为反演计算的真值,然后对各真值模拟不同的随机误差作为最终反演的观测值。各观测值误差模拟情况见表 1,其中加速度误差为每个方向上的误差,位置和速度误差为 3 个方向的综合误差;采用 EGM96 作为初始重力场,模拟误差后的卫星轨道及距离变率作为观测值,进行重力场反演,将反演得到的新模型和 CG01C 模型进行比较,从而确定该方法用于反演重力场的精度。

表 1 观测值模拟误差情况

Tab.1 Simulated errors of observations

CASE	位置误差 (10^{-2} m)	速度误差 (10^{-4})	距离变率 误差(m/s)	加速度 误差(m/s^2)	采样率 (s)
CASE 1	2.00	5.00	1.00×10^{-6}	1.00×10^{-8}	20
CASE 2	2.00	5.00	1.00×10^{-6}	1.00×10^{-9}	20
CASE 3	2.00	5.00	1.00×10^{-6}	1.00×10^{-10}	20
CASE 4	2.00	5.00	1.00×10^{-6}	1.00×10^{-11}	20
CASE 5	2.00	1.00	1.00×10^{-6}	1.00×10^{-9}	20
CASE 6	2.00	1.00	1.00×10^{-6}	1.00×10^{-10}	20
CASE 7	2.00	1.00	1.00×10^{-6}	1.00×10^{-11}	20
CASE 8	3.00	1.00	1.00×10^{-6}	1.00×10^{-11}	10
CASE 9	2.00	1.00	1.00×10^{-6}	1.00×10^{-11}	10
CASE 10	2.00	1.00	1.00×10^{-7}	1.00×10^{-11}	10
CASE 11	2.00	1.00	1.00×10^{-6}	1.00×10^{-11}	5

1) 反演算法及程序正确性验证

为了对本文的联合反演算法和计算误差进行验证,先采用 30 天的 GRACE 卫星轨道的真值和星间距离变率的真值作为观测值进行重力场反演,数据采样率为 10 s,积分弧长 2 小时,图 1 为反演结果的大地水准面误差,从图 1 可以看到,在 100 阶处,大地水准面阶误差和大地水准面累计误差分别约为 0.028 mm 和 0.097 mm,该误差主要是由反演算法

本身误差和计算误差引起的,基本可忽略不计,说明本文的反演算法及计算程序正确。

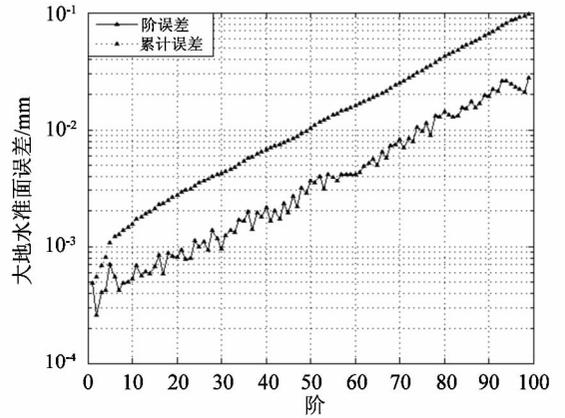


图 1 观测值无误差联合解算结果

Fig. 1 Integrated computational results from free-error observations

2) 加速度计误差及卫星速度误差对反演结果的影响分析

为了分析加速度计误差及卫星速度误差对反演结果的影响,先对轨道模拟 2 cm 的随机误差,速度分别模拟 0.5 mm/s 和 0.1 mm/s 的随机误差,加速度计模拟 $1.0 \times 10^{-11} m/s^2 \sim 1.0 \times 10^{-8} m/s^2$ 的随机误差(其他参数见表 1 中的 CASE 1~7)。反演结果对应的大地水准面误差见表 2,从表 2 可以看到:观测值采样率 20 s,在卫星的位置和加速度计误差一定的情况下,0.5 mm/s 和 0.1 mm/s 速度误差的反演精度相当,说明本文的联合反演算法基本可消除该量级速度误差对反演结果的影响(JPL 公布的 GRACE 卫星的速度误差基本就是这个量级);当卫星的位置和速度误差一定的情况下,随着加速度计误差的增加,反演结果对应的大地水准面的阶误差及大地水准面的累计误差均逐步增加,对于 $1.0 \times 10^{-8} m/s^2$ 加速度计误差(CASE 1),在 100 阶处大地水准面阶误差和累计误差分别为 94.5 mm 和 255.2 mm;对于 $1.0 \times 10^{-9} m/s^2$ (CASE 2 和 CASE 5)加速度计误差,在 100 阶处大地水准面阶误差和累计误差分别为 13.1 mm 和 45.3 mm;对于 $1.0 \times 10^{-10} m/s^2$ (CASE 3 和 CASE 6)和 $1.0 \times 10^{-11} m/s^2$ (CASE 4 和 CASE 7)加速度计误差反演精度相当,在 100 阶处大地水准面阶误差和累计误差分别为 8.9 mm 和 37.2 mm。因此联合反演模式下,加速度计误差为 $1.0 \times 10^{-10} m/s^2 \sim 1.0 \times 10^{-9} m/s^2$ 比较合适,这基本和当前的 GRACE 星载加速度计精度相匹配。

3) 卫星位置误差及星间距离变率误差对反演结果的影响分析

表2 各种情况下大地水准面误差统计表(单位:mm)

Tab.2 Statistic results of geoid error for all cases (unit: mm)

	30阶		60阶		80阶		100阶	
	阶误差	累计误差	阶误差	累计误差	阶误差	累计误差	阶误差	累计误差
CASE 1	2.2	8.5	10.4	31.1	26.2	81.9	94.5	255.2
CASE 2	0.4	1.4	2.6	7.0	5.2	17.8	13.1	45.3
CASE 3	0.3	1.2	2.3	6.2	4.6	15.9	8.9	37.2
CASE 4	0.3	1.2	2.3	6.2	4.6	15.9	8.9	37.2
CASE 5	0.4	1.4	2.6	7.0	5.2	17.8	13.1	45.3
CASE 6	0.3	1.2	2.3	6.2	4.6	15.9	8.9	37.2
CASE 7	0.3	1.2	2.3	6.2	4.6	15.9	8.9	37.2

图2为同距离变率误差不同轨道误差联合解算结果,从图2可以看到:观测值采样率10s,当距离变率精度为1um/s时,2cm轨道误差,在100阶处,大地水准面阶误差和大地水准面累计误差分别约为7.0mm和28.2mm;3cm轨道误差,在100阶处,大地水准面阶误差和大地水准面累计误差分别约为7.0mm和28.3mm,因此当距离变率精度一定时,2~3cm精度的轨道数据,反演结果精度基本相当。

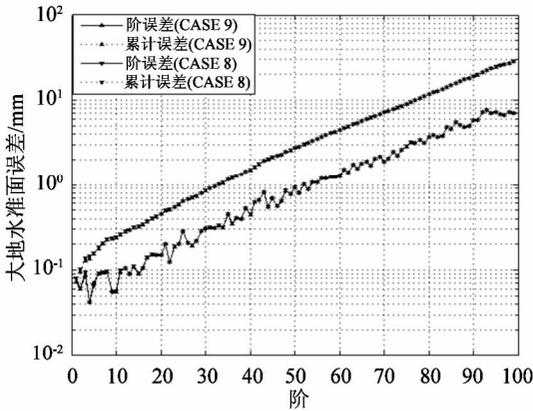


图2 同距离变率误差不同轨道误差联合解算结果
Fig.2 Integrated computational results from rang-rate with the same accuracy and orbits with different accuracy

图3为同轨道误差不同距离变率误差联合解算结果,从图3可以看到:观测值采样率10s,当卫星轨道精度为2cm时,距离变率精度为1um/s时,在100阶处,大地水准面阶误差和大地水准面累计误差分别约为7.0mm和28.2mm;当距离变率精度提高为0.1um/s时,在100阶处,大地水准面阶误差和大地水准面累计误差分别约为0.73mm和2.9mm,因此当卫星轨道精度一定时(2cm),距离变率精度提高对反演结果影响比较大,精度基本可获得相应的提高。

4) 观测值误差相同采样率不同对反演结果的

影响分析

图4为观测值误差一定、不同采样率联合解算结果,从图4可以看到:采样率为5s时,在100阶处,大地水准面阶误差和大地水准面累计误差分别约为5.5mm和19.5mm;采样率为10s时,在100阶处,大地水准面阶误差和大地水准面累计误差分别约为7.0mm和28.2mm;采样率为20s时,在100阶处,大地水准面阶误差和大地水准面累计误差分别约为8.8mm和37.0mm。因此联合反演算法5s采样率反演结果最好。

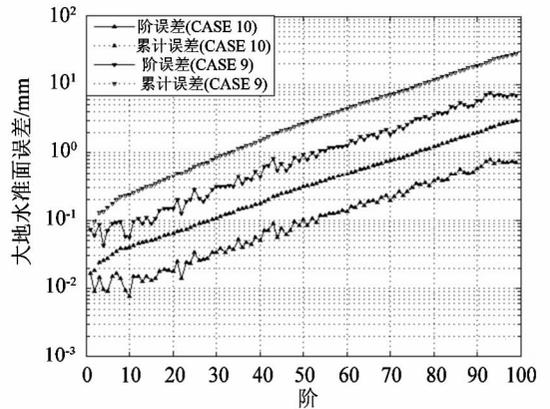


图3 同轨道误差不同距离变率误差联合解算结果
Fig.3 Integrated computational results from rang-rate with the different accuracy and orbits with same accuracy

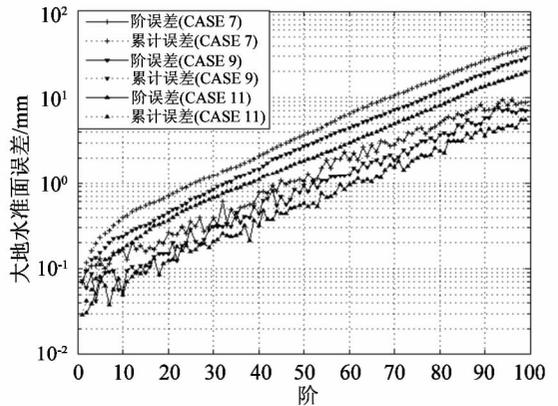


图4 观测值误差一定不同采样率联合解算结果
Fig.4 Integrated computational results from rang-rate and orbit data for different sampling rate

4 结语

1) 联合解算算法可很好地解决单独利用距离变率数据反演地球重力场 GRACE 卫星初始状态误差估计问题,理论上更严密。

2) 当距离变率精度为1um/s,卫星位置精度为2~3cm,速度精度为0.1~0.5mm/s时,联合反演模式的加速度计精度为 $1.0 \times 10^{-10} \sim 1.0 \times 10^{-9}$

m/s^2 比较适合,当距离变率精度由 1 um/s 提高到 0.1 um/s 时,联合反演的精度基本可获得同量级提高。

3) 当观测值精度一定时,不同采样率对反演结果有一定的影响,模拟结果显示,5 s 采样率恢复的重力场模型精度最高,这和目前 GRACE 卫星星间距离变率数据采样率是一致的。

模拟计算与实测数据处理差异并不大,只需考虑加速度计尺度和偏差参数校正即可,本文采用观测值的先验精度进行定权,实际应当采用方差分量估计方法对轨道和距离变率进行更合理定权。

参 考 文 献

- Xu Tianhe and He Kaifei. An improved energy balance approach and its application in CHAMP gravity field recovery [J]. *Geo-spatial Information Science*, 2008, 11(3): 168 - 173.
- 郑伟,等. GRACE 卫星关键载荷实测数据的有效处理和地球重力场的精确解算 [J]. *地球物理学报*, 2009, 52(8): 1966 - 1975. (Zheng Wei, et al. Effective processing of measured data from GRACE key payloads and accurate determination of Earth's gravitational field [J]. *Chinese J. Geophys.*, 2009, 52(8): 1966 - 1975)
- 郑伟,等. 两种 GRACE 地球重力场精度评定方法的检验 [J]. *大地测量与地球动力学*, 2009, (5): 89 - 93. (Zheng Wei, et al. Mutual verification of two methods on evaluating accuracy of GRACE Earth's gravitational field [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2009, (5): 89 - 93)
- Ning Jinsheng, et al. Establishment and analysis of the spectral relationship between range-rate and gravity potential based on energy conservation [J]. *Geo-spatial Information Science*, 2009, 12(2): 79 - 84)
- 周旭华,等. 用 GRACE 卫星跟踪数据反演地球重力场 [J]. *地球物理学报*, 2006, 49(3): 718 - 723. (Zhou Xuhua, et al. Earth's gravity field derived from GRACE satellite tracking data [J]. *Chinese J. Geophys.*, 2006, 49(3): 718 - 723)
- 肖云,夏哲仁,王兴涛. 用 GRACE 星间速度恢复地球重力场 [J]. *测绘学报*, 2007, 36(1): 19 - 25. (Xiao Yun, Xia Zheren and Wang Xingtao. Recovering the earth gravity field from inter-satellite range-rate of GRACE [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2007, 36(1): 19 - 25)
- 张兴福,沈云中. 基于 GRACE 星间距离变率数据的地球重力场模型 [J]. *中国矿业大学学报*, 2009, 38(3): 445 - 449. (Zhang Xingfu and Shen Yunzhong. A gravity field model recovered from inter-satellite range-rate observations of GRACE [J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2009, 38(3): 445 - 449)
- Ilk K H, Löcher A and Mayer-Gürr T. Do we need new gravity field recovery techniques for the new gravity field satellites? [A] In: Xu P L, Liu JN and Dermanis A (eds.). VI Hotine-Marussi Symp. *Theor. Comput. Geodesy* [C]. 2008, Springer, Berlin.
- Christoph Förste, et al. EIGEN-5C: A new global combined high-resolution GRACE-based gravity field model of the GFZ-GRGS cooperation [R]. EGU, General Assembly 2008, Vienna, Austria, 13 - 18 April 2008.
- Mayer-Gürr T. ITG-Grace03s: The latest GRACE gravity field solution computed in Bonn. Joint [R]. *International GSTM and DFG SPP Symposium*. 15. October 2007, Potsdam.
- Sean Bruinsma, et al. CNES/GRGS 10-day gravity field models (release 2) and their evaluation [J]. *Advances in Space Research*, 2010, 45: 587 - 601.
- Gerhard Beutler, et al. The celestial mechanics approach: application to data of the GRACE mission [J]. *J Geod.*, 2010, (84): 661 - 681.
- [D]. Austin: The University of Texas, 2003, 1 - 244.
- Pierce R, et al. Intersatellite range monitoring using optical interferometry [J]. *Applied Optics*, 2008, 47(27): 5007 - 5019.
- Loomis B, et al. Performance simulations for a GRACE Follow-On mission using a mascon approach [A]. *American Geophysical Union Fall Meeting* [C]. University of Texas at Austin, 2006.
- Jekeli C. The determination of gravitational potential differences from SST tracking [J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 1999, 75: 85 - 101.
- Grafarend E W, Vanicek P. On the Weight Estimation in Leveling [R], NOAA Technical Report NOS 86, NGS 17.

(上接第 65 页)

- Zheng W, et al. An analysis on requirements of orbital parameters in satellite-to-satellite tracking mode [J]. *Chinese Astronomy and Astrophysics*, 2010, 34: 413 - 423.
- 郑伟,等. 地球重力场模型研究进展和现状 [J]. *大地测量与地球动力学*, 2010, (4): 83 - 91. (Zheng Wei, et al. Progress and present status in Earth's gravitational field models [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2010, (4): 83 - 91)
- Kim J. Simulation study of a low - low satellite-to-satellite tracking mission [D]. Austin: The University of Texas, 2000, 1 - 276.
- Wang F R. Study on center of mass calibration and K - band ranging system calibration of the GRACE mission