第27卷增刊 大地测量与地球动力学 Vol. 27 Supp.
2007年12月 JOURNAL OF GEODESY AND GEODYNAMICS Dec., 2007

文章编号:1671-5942(2007)Supp. -0049-04

论重力归算*

李志远[1)] 邢乐林[1,2)] 肖亮明[3)] 蒋胜华[4)]

(1)武汉大学测绘学院,武汉 430079
2)中国地震局地震研究所,武汉 430071
3)金坛市国土资源局,金坛 213000
4)武汉市勘测设计研究院,武汉 430022)

摘 要 利用构造参考地球模型的观点解释重力归算的物理意义。通过对不同模型的比较表明,厘米级大地水准面的确定必须考虑地球内部质量分布的不均匀性,且密度数据的精度应达到0.001 g/cm^3。

关键词 重力归算 大地水准面 参考地球模型 密度横向分布 地球重力场

中图分类号:P312.1 **文献标识码**:A

ON GRAVITY REDUCTION

Li Zhiyuan[1)], Xing Lelin[1,2)], Xiao Liangming[3)] and Jiang Shenghua[4)]

(1) *School of Geodesy and Geomatics of Wuhan Universtiy, Wuhan* 430079
2) *Institute of Seismology, CEA, Wuhan* 430071
3) *Municipal Bureau of Land and Resources of Jingtan, Jingtan* 213000
4) *Wuhan Geotechnical Engineering and Surveying Institute, Wuhan* 430022)

Abstract In this paper we have explained the physical mechanism of gravity reduction in the view of constructing the reference earth model. Through the comparison of different models, the conclusion can be drawn that the inhomogeneous of mass distribution of earth interior should be taken into account and the accuracy of lateral density should reach 0.001 g/cm^3 when determining a cm-level geoid.

Key words: gravity reduction, geoid, reference earth model, lateral density variations, earth gravity field

1 引言

地球重力场是地球内部结构和密度分布的直接映像。它与地球物理学、地质学、地球动力学和海洋学等相关学科的发展密切相关。确定地球重力场,主要是建立全球重力场模型和确定大地水准面,特别是确定区域性高分辨率和高精度的大地水准面模型[1~5]。

确定大地水准面经典的方法是Stokes方法。根据Stokes理论,为了确定大地水准面,需已知大地水准面上的重力值,并假定大地水准面外部没有质量分布。

由于重力资料都是在地表获得的,为了获得大地水准面上的精准重力值,200多年来大地测量学家们提出了多种重力归算方法。不同的重力归算方法对于大地水准面及其外部重力场的确定影响各不

* 收稿日期:2007-09-13
基金项目:中国地震局地震研究所科技发展基金(2012150)
作者简介:李志远,男,硕士,现从事物理大地测量研究. E-mail:cedric586@163.com

相同,而众多学者在对各类重力归算进行阐述时也大都从质量调整的角度进行解释。本文基于建立参考地球的观点,分析了常用的重力归算的物理意义及其对重力场的影响。通过对不同参考地球模型的比较表明:实验均衡改正法对应的参考地球模型更真实地反映了地球的结构,更适用于高精度大地水准面的确定。

2 重力归算

1849 年 Stokes[6] 提出:如果已知一个水准面的形状 S,S 面上的位 W_0(或它所包含的质量 M)以及旋转角速度,则可根据这些数据单值地求得水准面上及其外部空间任一点的重力位和重力。其数学表达式为:

$$T = \frac{R}{4\pi}\iint_{\sigma}\Delta g S(\psi)\,\mathrm{d}\sigma \tag{1}$$

式中 T 为扰动位,R 为地球半径,σ 为单位球面,Δg 为积分面元处的重力异常值,$S(\psi)$ 为 Stokes 函数,ψ 为计算点到积分面元之间的角距。

根据 Bruns 公式:

$$N = \frac{T}{\gamma} \tag{2}$$

则计算点处的大地水准面高 N 为:

$$N = \frac{R}{4\pi\bar{\gamma}}\iint_{\sigma}\Delta g S(\psi)\,\mathrm{d}\sigma \tag{3}$$

式中,$\bar{\gamma}$ 为平均正常重力值。

由于测量所获得的不是大地水准面上的重力值,而是地球表面或高空重力值,于是需要通过一定的方法归算求得大地水准面上的重力值。经过重力归算的重力异常为:

$$\Delta g = g - \gamma + \delta g_{\mathrm{k}} \tag{4}$$

式中 δg_{k} 为重力改正值,此时把正常椭球作为参考地球,正常重力场视为参考重力场,而$(g + \delta g_{\mathrm{k}})$为虚拟观测值。重力归算可理解为对地球质量的调整,而这一调整是基于一定的质量分布假设而进行的质量迁移和补偿。本文将重力归算重新解释为对参考地球的构建。这里的参考地球模型定义为在某种质量分布假设下模拟而得到的地球质量分布模型,即对参考重力场的场源假设。它与真实地球的差值就是利用该模型求得的重力场的误差场源分布。利用这一参考地球模型我们可以获得一个参考重力值,进而求出大地水准面上的重力异常值。

$$\Delta g = g - (\gamma + \delta g_{\mathrm{k}}) = g - \delta g_{\text{参}} \tag{5}$$

通过这一模型我们可以清楚地分析出所求定的重力异常的误差源,及其对地球重力场的影响。

2.1 自由空气改正

自由空气改正的本质是重力值的向下延拓,严格说来,应采用真实的重力梯度作向下延拓计算,这里用正常重力梯度计算空间改正是一种近似处理,即假设大地水准面外部没有质量分布,由观测点 P 延拓至其对应大地水准面上的点 Q 的空间改正为这两点间的正常重力值的变化:

$$\delta g_{\mathrm{A}} = 0.308\,6\,H \tag{6}$$

这一模型不存在质量调整,其参考地球模型即为正常椭球。由于没有考虑大地水准面外部的质量分布,利用这一改正获得的大地水准面上的重力值是虚拟的,或是称作有误差的。以陆地地区为例,应用该改正增大了大地水准面上的实际重力值。如果非要用质量迁移来解释空间改正的话,我们可以用椭球的膨胀、压缩来代替这一过程。在这一模型中,我们用膨胀了的正常椭球作为参考地球模型。如图 1 所示,我们用模型地球减去真实地球质量分布,所得到的残差质量分布刚好验证了上面的分析。从图中我们可以看出,这一归算方法改变了地球重力场。它使地面点至大地水准面间的重力场增大,而地表以外的重力场则比真实重力场减小。

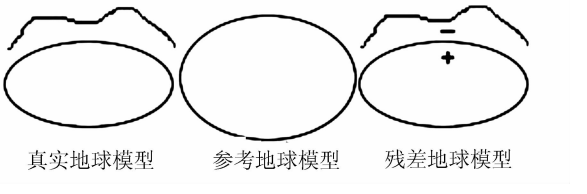


图 1 自由空气改正模型

Fig. 1 Model of free-air reduction

2.2 完全布格改正

完全布格改正包括层间改正、局部地形改正和空间改正 3 项。其中层间改正和局部地形改正存在着质量的调整。

层间改正 δg_{BP},又称布格片改正。假设地面和大地水准面之间的质量为一密度恒定的平板时,这一平板对测点的重力影响称为层间改正。通常假设 $\sigma = 2.67\ \mathrm{g/cm^3}$,则层间改正的计算公式为

$$\delta g_{\mathrm{BP}} = -2\pi G\sigma = -0.041\,9\sigma h = -0.111\,9\,h \tag{7}$$

局部地形改正 δg_{TC},是指地形起伏对测点的重力影响。

层间改正和局部地形改正合称为地形改正,即大地水准面以外质量体对重力场的影响。$(\delta g_{BP} + \delta g_{TC} + \gamma)$构建了布格模型对应的参考重力场,由正常椭球加上地形质量构成了参考地球。此时我们发现参考地球模型的质量增大了。而地球总质量是一定的,因为大地水准面外存在正的质量分布,那么相

对正常椭球,大地水准面内一定存在着质量亏损。假设地壳密度为 $\sigma = 2.67\ \mathrm{g/cm^3}$,忽略地球曲率的影响,用真实地球减去参考地球模型后,可认为残余的质量分布为未做向下延拓的残差布格异常的场源。

$\delta g = \overline{\Delta g} - \Delta g_{BP}$从图 2 中我们可以发现该残余质量为大地水准面内的正的质量分布,它使地球外部重力场减小。其对重力位的影响为 $\delta W = -(2\pi G\sigma h)h$,由 Bruns 公式(式 2)得其对大地水准面的影响为[6]:

$$\delta N = -\frac{\delta W}{g} \approx -1.1 \times 10^{-7} h^2$$



图 2　完全布格改正模型

Fig. 2　Model of Bouguer reduction

2.3　均衡改正

均衡理论是基于不同的力学假说反映地球质量分布及其对重力场影响的一种学说。在应用中常采用的两种模型是普拉特-海福特(Platt-Hayford)模型与艾黎-海斯卡涅(Airy-Heiskanen)模型。

普拉特模型认为地球内部存在着一个补偿面(一般取为 100 km),补偿面单位面积以上的柱体质量是相等的。可用下式表示:

$$\begin{cases} (D+h)\rho = D\rho_0 & (\text{陆地}) \\ (D-h')\rho + h'\rho_w = D\rho_0 & (\text{海洋}) \end{cases}$$

即

$$\Delta\rho = \begin{cases} \dfrac{h}{D+h}\rho_0 & (\text{陆地}) \\ \dfrac{h'}{D-h'}(\rho_0 - \rho_w) & (\text{海洋}) \end{cases}$$

通过对密度横向不均匀分布的假设保证了地球总质量的不变,这在一定程度上反映了地球质量分布的真实性。

艾黎-海斯卡涅模型是根据阿基米德沉浮定理,将地壳看成漂浮在软流层上的低密度块体。质量越大的块体沉在软流层中的部分越深。在平均地壳以下的部分我们称之为山根。由于这一模型假设地壳内密度恒定,所以山根与地形呈一定的线形关系,即

$$r = H\rho_0/(\rho_m - \rho_0)$$

我们也可以把它看作是对由于 Moho 面起伏引起的质量不均匀分布而产生的对地球重力场影响的估算。

利用上述两种假说建立的参考地球一定程度上反映了地球的质量分布,与真实地球相减,反映的是质量假设的误差。由于这两种模型都与实际质量分布存在着一定的偏差,所以它对大地水准面和地球外部重力场都有较大的影响,不适用于高精度的大地水准面的计算[7]。

2.4　实验均衡模型

重力观测表明,地球绝大部分地区处在均衡状态,但是不同的地区适用于不同的均衡模型。Forseberg 等[8]学者利用不同的补偿深度计算了不同的均衡重力,其各自与已知重力模型相吻合的波段各不相同。这正好证明了地球的质量分布不能用简单的均衡假设所代替。所以仅利用重力资料不能惟一确定局部地区的均衡模型。

为了克服经典均衡模型的不足,一些学者提出了一种新的模型:将利用地质及地球物理手段获得的密度与地壳动力学资料加入到均衡模型中去,以期求定大地水准面上更准确的重力值。晁定波教授等[9]指出,在求定厘米级大地水准面时,必须考虑地壳内部的密度分布。当已知模型可以真实反映地球内部质量分布时,即可获得大地水准面上的准确重力值,进而求得精确的大地水准面。

3　高程与密度对求定重力场的影响

从上面的讨论中可以发现,对质量分布的了解直接影响着大地水准面的确定。下面将分别讨论表述质量分布的两个主要因素——高程和密度对重力场的影响。

3.1　高程

由于目前的测量手段以及测不准原理的限制,我们所获得的测点的高程信息总会存在误差。设高程误差为 δH(相当于忽略了高为 δH 的布格板),其对重力归算的影响为:

$$\delta g = 0.196\ 7\delta H$$

$$\delta W = 0.196\ 7\delta H \cdot H$$

根据 Bruns 公式,其对大地水准面的影响为:$\delta N = -\dfrac{\delta W}{g} \approx -1.967 \times 10^{-7}\delta H \cdot H$。当 $\delta H = 10$ cm,$H = 3\,000$ m 时,$\delta N \approx -5.9 \times 10^{-4}$ m。所以,在利用斯托克斯理论测定大地水准面时,用具有分米级误差的高程进行重力归算时,对单纯的重力大地水准面确定中其影响可忽略不计。

3.2　密度

由于难以获得高精度高分辨率的地球密度分布信息,通常在进行重力归算时,我们假设地壳密度 $\rho_0 = 2.67\ \mathrm{g/cm^3}$,上地幔密度 $\rho_m = 3.27\ \mathrm{g/cm^3}$。近

年来国内外众多学者对地球密度横向不均匀分布对大地水准面的影响进行了讨论,认为在确定厘米级大地水准面的过程中,密度的横向不均匀必须予以考虑。

Sjoberg 在文献[7,8]中利用不同的方法推导出了密度对大地水准面的影响。我们取一阶项:

$$\delta N_{\Delta\rho} \approx 2\pi G \Delta\rho \frac{H^2}{\bar{\gamma}}$$

以艾黎双层模型为例,假设两层距离为 $\Delta h \approx 5.5H$,$\Delta\rho = 0.267$ g/cm^3,则 $\delta N_{\Delta\rho} \approx 2.75$ m。在确定厘米级大地水准面时,密度分布的精度应优于0.001 g/cm^3。

4 结论

重力归算的目的是获得大地水准面上的准确重力值。本文用构建参考地球的观点解释了重力归算的物理意义。通过对不同重力归算方法的比较和分析表明,传统的重力归算方法因其对应的参考地球模型与真实地球模型存在较大差异,对大地水准面和地球外部重力场都有较大的影响,只有采用接近地球真实情况的参考模型才能获得厘米级精度大地水准面。

通过分析高程和密度对大地水准面确定的影响,我们认为只利用重力资料通过重力归算求定大地水准面时,测点分米级的高程误差可忽略不计,而密度的横向不均匀影响可达厘米级甚至分米级,为了确定厘米级的大地水准面,需保证密度的精度达到0.001 g/cm^3。

参 考 文 献

1 李建成,等. 地球重力场逼近理论与中国 2000 似大地水准面的确定[M]. 武汉: 武汉大学出版社,2003.

2 张赤军,张为民. 空气阻力与科里奥利力对绝对重力测量的影响[J]. 大地测量与地球动力学,2007,27(1):77 ~ 79.

3 孙文科. 用于重力向下延拓的离散化方法(英文)[J]. 大地测量与地球动力学,2004,24(1):9 ~ 18.

4 宁津生. 卫星重力探测技术与地球重力场研究[J]. 大地测量与地球动力学,2002,22(1):1 ~ 5.

5 申文斌. 重力归算及其对大地水准面及外部重力场的影响[J]. 测绘学报,2006,6

6 Hans Sunkel. An isostatic earth model[R]. Department of Geodetic Science. The Ohio State University, Columbus, Ohio, Reports,1984.

7 Sjoberg L E. The effect on the geoid of lateral topographic density variations[J]. Journal of Geodesy,2004,78:34 – 39.

8 Forsberg R and Tscherning C C. Topographic Effects in Gravity Field Modelling for BVP. http://cct. gfy. ku. dk/

9 晁定波. 论高精度卫星重力场模型和厘米级区域大地水准面的确定及水文学时变重力效应[J]. 测绘科学,2006,6.

(上接第 48 页)

3 吴斌,等. 地心变化的测定[J]. 科学通报, 1999,44(10):1 106 ~ 1 108.

4 Fukushima T. Fast transform from geocentric to geodetic coordinates[J]. Journal of Geodesy, 1999,73:603 – 610.

5 周旭华,等. 地心的变化及其原因[J]. 地球物理学报, 2000,43(2):160 ~ 164.

6 秦显平,等. 用 SLR 数据导出的地心运动结果[J]. 测绘学报, 2003,32(2):120 ~ 124.

7 Jianli Chen. Geodynamical interconnections between the atmosphere, ocean, hydrosphere, cryosphere, and solid earth [D]. The University of Texas at Austin,1998.

8 郭海荣,等. 地心运动时间序列的抗差谱分析[J]. 测绘学报, 2003,32(4):308 ~ 312.

9 Vernier M F, et al. Geocentre motion measured with DORIS and SLR, and predicted by geophysical models[J]. Journal of Geodesy,2006,80:637 – 648.