

基于矩阵变换算法的长基线多频模糊度快速解算^{*}

黄令勇¹⁾ 宋力杰¹⁾ 王 琰¹⁾ 任雅奇²⁾

(¹⁾解放军信息工程大学地理空间信息学院,郑州 450052)
(²⁾解放军 63883 部队,洛阳 471000)

摘 要 由于长基线变换矩阵中的窄巷组合难以单历元固定模糊度,提出采用数据平滑方法对其进行改进,并利用北斗实测数据对该方法进行验证,实验结果表明:历元平滑后的矩阵变换能够实现长基线多频模糊度的快速解算,从而提高了长基线精密导航定位的效率。

关键词 矩阵变换;模糊度固定;多频数据;长基线;北斗

中图分类号:P228

文献标志码:A

A NEW METHOD BASED ON MATRIX TRANSFORMATION ALGORITHM FOR LONG BASELINE MULTI-FREQUENCY RAPID AMBIGUITY RESOLUTION

Huang Lingyong¹⁾, Song Lijie¹⁾, Wang Yan¹⁾ and Zhi Suiqiang²⁾

(¹⁾*Institute of Geospatial Information, Information Engineering University, Zhengzhou 450052*
(²⁾*63883 Troops of PLA, Luoyang 471000*)

Abstract The matrix transformation algorithm for ambiguity resolution is transformation introduced, and the matrix changing algorithm for long baseline multi-frequency rapid ambiguity resolution has been principally analyzed. The narrow-lane combination ambiguity resolution in long baseline transformation matrix can not be realized in a single epoch, the data smoothing method has been used to solve this problem. Finally Beidou triple-frequency data have been used to validate the algorithm, the result indicates the matrix transformation algorithm can realize long baseline multi-frequency rapid ambiguity resolution, and enhance the efficiency of long baseline precise positioning and navigation.

Key words: matrix transformation; ambiguity resolution; multi-frequency; long range baselines; Beidou

1 前言

目前 LAMBDA 方法是解算模糊度的最成熟、理论最为完善的方法,但该方法在固定原始频点模糊度时存在复杂的搜索过程,导致模糊度固定初始化时间比较长。研究表明多频信号的播发有利于载波模糊度的固定,能够缩短首次定位时间^[1]。为此

Han^[2]针对三频 GPS 信号的播发,分析了 GPS 三频组合观测值通过矩阵变换实现模糊度快速解算的方法。伍岳^[3]利用模拟数据详细分析了矩阵变换方法解算多频模糊度的效果,并得出了矩阵变换法能够快速解算短基线多频模糊度的结论。但在长基线模糊度固定中,变换矩阵中的窄巷组合波长短且观测噪声大导致其无法实现模糊度的单历元固定,为

^{*} 收稿日期:2012-03-15

基金项目:国家自然科学基金(41174026,41274015);信息工程大学测绘学院硕士研究生学位论文创新与创优基金(S201102)

作者简介:黄令勇,1987年生,博士研究生,主要研究测量数据处理。E-mail: hlylj87@126.com

此需要对其进行相应的数据平滑处理,以降低观测噪声对模糊度固定的影响。

据此,本文将针对难以单历元实现窄巷模糊度固定的问题,利用数据平滑方法对其进行改进,并利用北斗三频数据进行了验证。结果表明本文算法简单、快速,能够实现中长基线模糊度的快速解算。

2 矩阵变换

以三频观测数据为例,双差伪距观测值和载波相位观测值可表示为:

{ ∇ ΔR_i = ∇ Δρ + η_i ∇ ΔI + ε_{Ri}
λ_i ∇ Δφ_i + λ_i ∇ ΔN_i = ∇ Δρ - η_i ∇ ΔI + ε_{φi} (1)

其中,η_i=f₁²/f_i²,i=1,2,3, ∇ Δρ 为包含对流层、轨道误差等误差的站星距离,η_i 为电离层延迟放大系数, ∇ ΔI 为 L1\B1\ E1 频点上以米为单位的双差电离层延迟残差, ∇ ΔR_i 和 ∇ Δφ_i 为 i 频点的双差伪距观测值和载波观测值,λ_i 为 i 频点的载波波长,ε_{Ri}和 ε_{φi}为相应的观测噪声。

由式(1)求解双差站星距离和双差电离层延迟的公式为:

{ ∇ Δρ
∇ ΔI } = { 3 D₁
D₁ D₂ }⁻¹ { 1 1 1
1 η₂ η₃ } { ∇ ΔR₁
∇ ΔR₂
∇ ΔR₃ } (2)

其中 D₁=1+η₂+η₃,D₂=1+η₂²+η₃²。将式(2)代入式(1)可以得到模糊度的表达式:

{ ∇ ΔN₁
∇ ΔN₂
∇ ΔN₃ } = - { ∇ Δφ₁
∇ Δφ₂
∇ Δφ₃ } + A { ∇ ΔR₁
∇ ΔR₂
∇ ΔR₃ } (3)

式中 A = { 1/λ₁ 1/λ₂ 1/λ₃ }^T × { -1/λ₁ -η₂/λ₂ -η₃/λ₃ }

{ 3 D₁
D₁ D₂ }⁻¹ { 1 1 1
1 η₂ η₃ }。

设载波、伪距观测标准差均为 σ_φ、σ_R,则模糊度方差-协方差阵可以表示为:

D_N = { 1 0 0
0 1 0
0 0 1 } σ_φ² + A A^T σ_R² (4)

以北斗系统为例,将其频率代入式(4),得到相应的方差-协方差阵为:

D_N = { 1 0 0
0 1 0
0 0 1 } σ_φ² + { 638.403 5 630.253 6 628.585 8
630.253 6 622.627 5 620.898 8
628.585 8 620.898 8 619.190 5 } σ_R² (5)

同理可得到 GPS、Galileo 系统的方差-协方差矩阵。由式(5)可知,直接利用伪距和载波观测值联立方程组解算模糊度,原始模糊度的方差较大,很难单历元固定模糊度。且式(5)中模糊度间相关性很大,进一步增加了模糊度解算的难度^[4]。要降低模糊度间的相关性,减小模糊度方差可以进行整数变换,设变换矩阵为 Z,原始模糊度矩阵为 N,则有

N̄ = ZN D_N = ZD_NZ^T (6)

为了保证变换后的模糊度具有整数特性,变换矩阵 Z 中的元素必须为整数,且保证矩阵的行列式值为 ±1,即保证能够通过矩阵逆变换求解原始模糊度,并尽可能地降低模糊度方差,保证模糊度间高度不相关。具体变换矩阵解算的方法见文献[5]。

3 长基线模糊度快速解算

根据文献[3]可知,短基线双差后可以忽略电离层延迟影响,通过矩阵变换法可实现短基线模糊度单历元固定,而随着基线增长,接收机间的电离层延迟相关性越来越小,双差后电离层延迟残差较大。为此在长基线条件下,需要考虑电离层延迟的影响。现重点分析矩阵变换法解算长基线模糊度的问题。

假定北斗系统中载波噪声 σ_φ=0.01 周,伪距噪声 σ_R=0.3 m,根据公式(5)得到长基线模糊度方差-协方差阵,并计算模糊度间的相关性:

{ D_N = { 57.456 4 56.722 8 56.572 7
56.722 8 56.036 6 55.880 9
56.572 7 55.880 9 55.727 2 }
ρ = { 1 0.999 7 0.999 8
1 1.000 0
1 } (7)

变换矩阵为:

Z = { 0 -1 1
1 2 -3
-35 -136 172 } (8)

则相应的模糊度方差-协方差及模糊度相关系数分别为:

{ D_N = { 0.002 5.416 × 10⁻⁴ -1.447 3 × 10⁻⁴
5.416 × 10⁻⁴ 0.032 2 -0.010 2
-1.447 3 × 10⁻⁴ -0.010 2 5.606 1 }
ρ = { 1 0.066 8 -0.001 4
1 -0.024 0
1 } (9)

相比式(7)中的原始模糊度方差,矩阵变换后式的模糊度方差和模糊度间相关系数显著变小,其中组合[0,-1,1]和[1,2,-3]的模糊度方差均远小于0.1周。根据式(10)取整成功率公式可知,标

准差为 0.1 周的模糊度固定成功率近乎为 100%。为此这两个组合的模糊度可以直接通过取整固定模糊度,本算法与 LAMBDA 方法的根本差别就在于两者在降相关变换以后本方法能够直接取整固定模糊度而省去了 LAMBDA 方法的模糊度搜索过程。

$$P(\delta\hat{N}_{ijk}=\delta N_{ijk})=P(|\delta\hat{N}_{ijk}-\delta N_{ijk}|\leqslant\frac{1}{2})=2\Phi(\frac{1}{2\sigma_{\delta\hat{N}_{ijk}}})-1\tag{10}$$

式中, $\delta\hat{N}_{ijk}$ 为模糊度估值 $\delta\hat{N}_{ijk}$ 最接近的整数, δN_{ijk} 为正确的模糊度值。

同理可得 GPS、Galileo 系统长基线条件下,相应的变换矩阵和矩阵变换后的模糊度方差协方差矩阵为:

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_{\text{GPS}}=\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \\ -25 & 159 & -133 \end{bmatrix} \\ \mathbf{Z}_{\text{Gal}}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & 5 & -2 \\ 32 & -110 & 4 & 73 \end{bmatrix} \end{cases}\tag{11}$$
$$\begin{cases} \mathbf{D}_{\text{N-GPS}}=\begin{bmatrix} 0.001\ 5 & 5.105\times10^{-4} & -5.177\times10^{-4} \\ 5.105\times10^{-4} & 0.045\ 7 & -5.767\times10^{-4} \\ -5.177\times10^{-4} & -5.767\times10^{-4} & 5.225\ 4 \end{bmatrix} \\ \mathbf{D}_{\text{N-Gal}}=\begin{bmatrix} 5.846\times10^{-4} & 1.392\times10^{-5} & 5.222\times10^{-5} & -1.148\times10^{-5} \\ 1.392\times10^{-5} & 0.001\ 0 & -1.273\times10^{-4} & 2.056\times10^{-4} \\ -1.148\times10^{-5} & 2.056\times10^{-4} & 0.013\ 0 & 1.970\ 8 \end{bmatrix} \end{cases}\tag{12}$$

由式(9)、(11)和(12)可知,长基线考虑电离层

延迟时,由整数变换得到的变换矩阵中的组合观测 $[-35,-136,172]$ 、 $[-25,159,-133]$ 、 $[32,-110,4,73]$ 模糊度方差较大,难以单历元固定,但可以通过数据平滑的方法降低相应的模糊度方差。如若将模糊度标准差降低至 0.1 周(实现 100% 的固定成功率),需要 561、523 和 198 个平滑历元。

为进一步分析长基线矩阵变换中难以实现单历元固定模糊度的问题,特对变换矩阵中的组合观测的误差特性进行分析(表 1)。

由表 1 可知,长基线条件下,式(10)和(11)中的组合观测值以周为单位的电离层延迟放大系数除北斗组合 $[1,2,-3]$ 外全小于 1,这利于减弱长基线的电离层延迟残差影响。但式(10)和(11)中均有一个窄巷组合,该窄巷组合波长较短且噪声较大,不利于模糊度的固定,这也是矩阵变换法解算长基线模糊度时不能单历元固定需要进行数据平滑处理的原因。

4 实验分析

为了验证矩阵变换方法对长基线模糊度快速固定的效果,利用北斗系统北京站和三亚站于 2011-09-16T00:00:00—00:16:39 秒所接收到的 G1、G3、G4 卫星的观测数据,进行长基线的矩阵变换模糊度解算。

1) 直接利用矩阵变换法固定整周模糊度

直接利用矩阵变化法固定长基线模糊度得到的各组合模糊度浮点解如图 1 所示。其中超宽巷组合 $[0,-1,1]$ 、宽巷组合 $[1,2,-3]$ 在 1 000 历元内模糊度浮点解波动范围仍然非常小,但窄巷组合

表 1 组合观测值特性分析
Tab. 1 Analysis of the characteristics of combination observations

| 组合 | 频率/MHz | 波长(m) | 电离层延迟放大系数 | | 观测噪声放大系数 | |
|-------------------|---------|--------|-----------|---------|----------|---------|
| | | | (m) | (周) | (m) | (周) |
| Beidou 线性组合特性分析 | | | | | | |
| [0, -1, 1] | 61.38 | 4.884 | -1.592 | -0.0626 | 28.529 | 1.414 |
| [1, 2, -3] | 169.818 | 1.765 | -0.970 | -1.055 | 28.086 | 3.742 |
| [35,136,-172] | 624.03 | 0.480 | -1.984 | 0.793 | 446.235 | 222.047 |
| GPS 线性组合特性分析 | | | | | | |
| [0, 1, -1] | 51.15 | 5.861 | -1.719 | -0.056 | 33.242 | 1.414 |
| [1, -3, 2] | 245.52 | 1.221 | -1.102 | -0.172 | 18.921 | 3.742 |
| [25,-159,133] | -664.95 | 0.451 | -2.241 | 0.946 | 380.845 | 208.794 |
| Galileo 线性组合特性分析 | | | | | | |
| [0, 0, 1, -1] | 30.69 | 9.768 | -1.748 | -0.034 | 54.923 | 1.414 |
| [0, 1, -2, 1] | 40.92 | 7.326 | -1.503 | -0.039 | 72.692 | 2.450 |
| [1, -4, 5, -2] | 20.46 | 14.653 | 4.262 | 0.055 | 291.779 | 4.690 |
| [32, -110, 4, 73] | 460.35 | 0.651 | -1.859 | -0.543 | 374.526 | 135.901 |

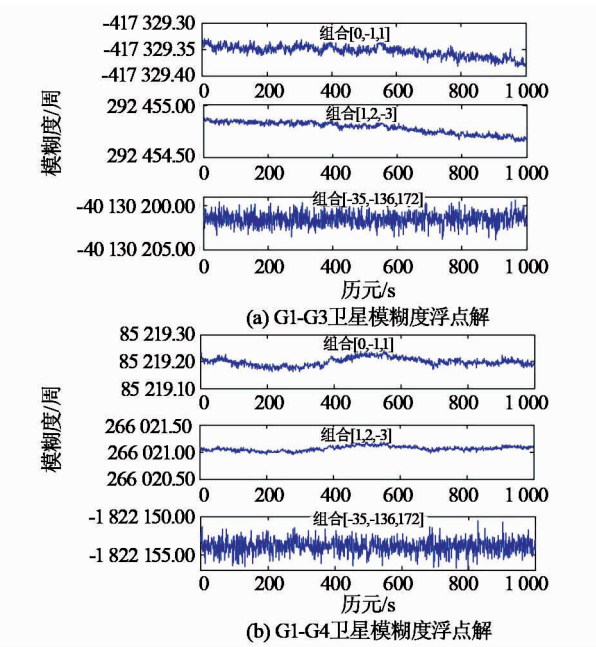


图1 矩阵变换求解长基线模糊度

Fig. 1 Long baseline ambiguity resolution with matrix transformation algorithm

[35,136,−172]得到的模糊度浮点解则有3~4周的波动,难以实现单历元模糊度固定,但可以先进行数据平滑降低观测噪声影响再解算模糊度。根据式(11),以近乎100%成功率的固定模糊度也仅需几百历元,故矩阵变换法在长基线条件仍然能够实现模糊度的快速解算。

表2 矩阵变换求解模糊度

Tab. 2 Ambiguity resolution with matrix transformation algorithm

| 模糊度组合 | G1-G3 | G1-G4 | 模糊度组合 | G1-G3 | G1-G4 |
|---------------|-------------|------------|-------|------------|------------|
| [0,−1,1] | −417 329 | 85 219 | B1 | 23 949 526 | 13 208 618 |
| [1,2,−3] | 292 455 | 266 021 | B2 | 22 405 084 | 13 198 254 |
| [35,136,−172] | −40 130 202 | −1 822 154 | B3 | 22 822 413 | 13 113 035 |

由以上分析可知,经过一定历元的数据平滑矩阵变换法能够实现长基线模糊度的取整固定,从而利于长基线模糊度的快速解算。为此,矩阵变换法能够应用于长基线的模糊度快速解算,同时也能够进一步弱化动态RTK中基准站和移动站的距离限制,以及移动站必须保持连续跟踪的限制条件。

5 结论

根据分析和实验可知,矩阵变换算法的核心就是将利于模糊度固定的多频组合观测值组合在一起,通过对原始模糊度的降相关处理使得组合观测值模糊度方差变小,并保证模糊度间的相关性变小以利于模糊度解算。而矩阵变换法解算长基线模糊度时,虽然组合观测值均有较小的电离层延迟放大

2) 数据平滑后利用矩阵变换法求解长基线模糊度

参照文献[6]的方法,具体平滑方案如下:对第201至第800历元的每一窄巷模糊度分别用前后各200个历元对当前历元的模糊度进行平滑,平滑结果如图2所示。

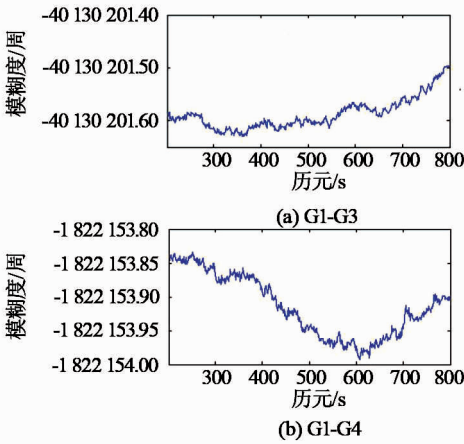


图2 历元平滑后的窄巷组合模糊度

Fig. 2 Narrow lane combination ambiguity after data smoothing

图2中,数据平滑后得到的窄巷组合模糊度浮点波动范围非常小,每个历元取整固定得到的模糊度值相同,由矩阵逆变换得到的原始频点的模糊度见表2。

系数以尽可能地降低电离层延迟残差的影响,但窄巷组合观测值的波长较短且观测噪声较大加大了模糊度固定的难度,从而难以实现模糊度的单历元固定。但数据平滑方法可降低观测噪声对模糊度固定的影响,有利于实现长基线模糊度的快速解算。矩阵变换方法解算长基线模糊度时仅需要数百历元的平滑处理,相比LAMBDA方法较长的模糊度固定初始化时间,经数据平滑改进后的矩阵变换方法可提高长基线精密导航定位的实效性,这对于真正实现长距离的实时快速精密导航定位有着重要的意义。

参考文献

1 杨元喜. 北斗卫星导航系统的进展、贡献与挑战[J]. 测绘 (下转第142页)