第27卷第1期
2007年2月

大地测量与地球动力学
JOURNAL OF GEODESY AND GEODYNAMICS

Vol. 27 No. 1
Feb. ,2007

文章编号:1671-5942(2007)01-0085-06

基于卫星轨道特征的低轨卫星星历参数拟合法*

马开锋[1,2)]　彭碧波[1)]　洪　樱[3)]

(1)中国科学院测量与地球物理研究所,武汉　430077
2)中国科学院研究生院,北京　100049
3)武汉科技学院数理系,武汉　430073)

摘　要　在分析低轨卫星轨道变化特征的基础上,考虑GPS广播星历参数的物理意义明确、生成速度快、精度高、参数少等特点,设计了一套适于低轨卫星在轨位置计算的星历参数,并对其算法进行了试算。同时对GPS广播星历15参数法与设计的25参数法进行了拟合对比,结果表明,同样条件下25参数法应用于低轨卫星轨道拟合时精度较高。

关键词　GPS广播星历　低轨卫星　轨道分析　星历参数　拟合精度

中图分类号:P227　　**文献标识码**:A

LEO SATELLITE EPHEMERIS PARAMETERS FITTING METHOD BASED ON ORBIT CHARACTER OF SATELLITE

Ma Kaifeng[1,2)], Peng Bibo[1)] and Hong Ying[3)]

(1) *Institute of Geodesy and Geophysics, CAS, Wuhan*　430077
2) *Graduate School of the Chinese Academy of Science, Beijing*　100049
3) *Department of Math. and Physics, Wuhan University of Science and Engineering, Wuhan*　430073)

Abstract　On the basis of the orbit character of the LEO satellite and the advantages of definite physical meanings, quickly creating, high precision, fewer parameters of GPS broadcast ephemeris, a new sort of ephemeris parameters for calculating LEO satellite location is designed and analyzed through a example. Some significant comparisons are made between the 15-parameter method of GPS broadcast ephemeris and the designed 25-parameter method, the results show that the designed 25 parameters method has a higher precision for LEO satellite orbit fitting under the same condition.

Key words: GPS broadcast ephemeris, LEO satellite, orbit analysis, ephemeris parameter, fitting precision

1　引言

随着空间技术的发展,有相当一类卫星(低、中、高轨)需要实时计算卫星的预报位置,以满足对卫星应用的需求。由于受到星载计算机计算能力和存储容量的制约,我国星上轨道预报目前大都采用仅考虑地球非引力场主要带谐项和大气摄动主要长期项的拟平均根数法,星历外推精度受到了很大限制。即使有地面测控设备频繁注入轨道数据,仍将难以满足卫星平台未来高精度轨道应用的要求,尤

* **收稿日期**:2006-07-14
基金项目:国家自然科学基金(40234039)
作者简介:马开锋,男,1978年生,硕士研究生,主要从事卫星精密轨道确定与预报理论等方面的研究. E-mail:mkf2001@sohu.com

其不能满足星载自主导航定位技术的需求[1]。为此,就要寻求一种有利于卫星在轨位置计算的有效算法模型,并要求模型简单、算法简洁有效。目前被认为较理想的模型是卫星星历参数模型,其卫星星历参数一般通过对预报星历进行数值拟合得到,它的精度除了受预报星历本身的精度制约外,还和星历参数的选取有关[2]。而卫星星历参数是与计算卫星位置的方法紧密相关的,因此在参数的选择(计算方法的选择)上需综合考虑计算精度、计算时间、所要求的存储量和这些参数所占用的信息比特,以及对数据更新率的要求。考虑到这些因素,GPS 系统采用了开普勒轨道加调和项修正的方案[3]。此方案参数的选择很大程度上取决于卫星所受摄动力的情况,这与卫星轨道的变化特征密切相关。用这种参数模型,整个计算过程程序简明,所占内存也较少。

鉴于 GPS 广播星历参数模型的特点以及其参数物理意义明确、生成速度快、精度高、参数少的优点,卫星在轨位置计算的算法模型可以参照 GPS 广播星历参数模型来实现,但由于 GPS 广播星历 15 参数模型是针对约 20 000 km 高度的轨道设计的,故对中、高轨卫星有一定的适用性;但如果把这种参数模型直接应用于低轨卫星在轨位置计算是不可能达到同样精度的,这主要由于低轨卫星轨道低、运行周期短,所受摄动(大气阻力以及地球引力场等)影响大,从而比 GPS 卫星轨道变化复杂。所以为使此类模型的参数法应用于低轨卫星并达到所期望的轨道拟合精度,就必须根据低轨卫星轨道变化特征来增加相应的摄动参数才行。

本文针对约 1 000 km 高度的低轨卫星,首先分析了该低轨卫星轨道变化特征,进而设计了低轨卫星星历 25 参数,并给出了其星历参数拟合算法。对该卫星轨道在不同弧长以及不同预报星历数据采样率情况下进行了试算分析,在相同弧长情况下与 GPS 广播星历 15 参数法的拟合精度作了比较,从而得到了相同条件下 25 参数法比 GPS 广播星历 15 参数法应用于低轨卫星轨道拟合时精度高。

2 低轨卫星轨道分析

由于 GPS 卫星的轨道运行周期约为 12 小时,故在远小于其运行周期长度的弧段内(如 2 小时),其轨道变化较为平缓,所以采用 GPS 广播星历 15 参数拟合该轨道可以达到很高精度。但对于轨道高度约 1 000 km 的低轨卫星,其运行周期约为 1.75 小时,远小于 GPS 卫星轨道运行周期,故在大于其运行周期的弧段内(如 2 小时),其轨道所受的大于其运行周期的部分周期性摄动就会表现出来,使得该低轨卫星轨道所受摄动比 GPS 卫星轨道复杂,从而具有和 GPS 卫星不同的轨道变化特征,所以直接采用 GPS 广播星历 15 参数对该低轨卫星轨道进行轨道拟合,其精度就很难保证。

为达到相应的拟合精度,必须对该低轨卫星的轨道特点进行分析,然后推求合理的拟合算法。图 1 ~ 3 为模拟的该低轨卫星轨道(下面只给出 1 天数据的图形(实际分析时用 5 天数据)含大气阻力和太阳辐射的影响,可认为比较真实地反映了实际卫星轨道)。

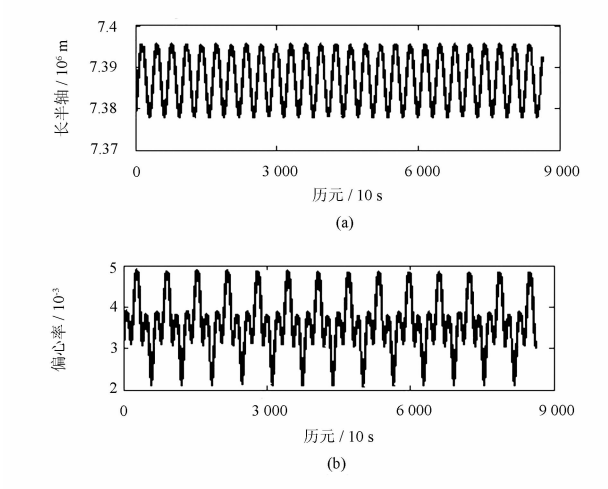


图 1 轨道长半轴 a(a)和轨道偏心率 e(b)数据图

Fig. 1 Semimajor axis(a) and eccentricity of the orbit ellipse(b)

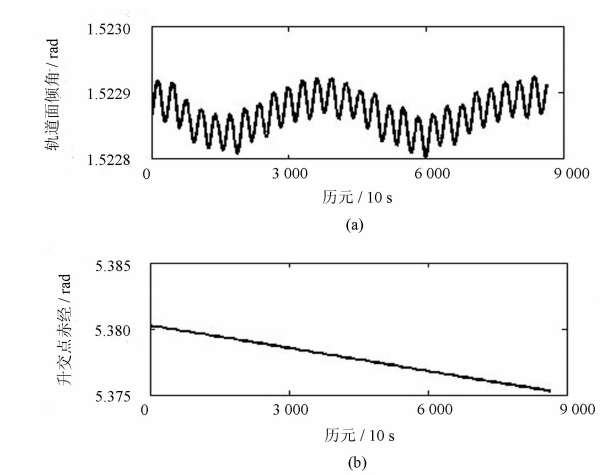


图 2 轨道面倾角 i(a)和升交点赤经 Ω(b)数据图

Fig. 2 Inclination of the orbit plane(a) and right ascension of ascending node(b)

其中,图 3(b)平近点角 M 为 0 ~ 2π 间变化数据图(实际上为随时间变化的线性函数,因为 $M = n(t - t_0)$,其中 n 为卫星的平均角速度(常数)),故其实际线性变化关系如图 4。

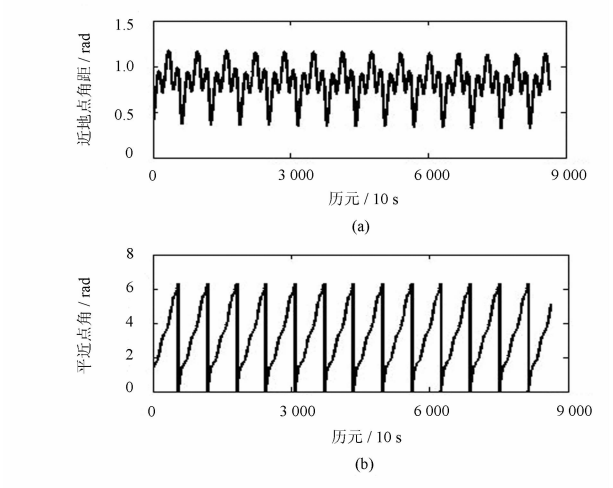


图 3　近地点角距 ω(a)和平近点角 M(b)数据图

Fig. 3　Argument of perigee(a) and mean anomaly(b)

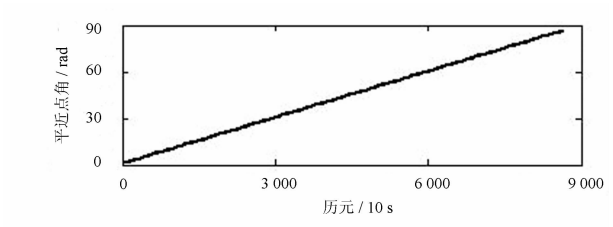


图 4　呈线性变化的平近点角 M 数据图

Fig. 4　Mean anomaly with linear change

由开普勒第三定律 $T=\sqrt{4\pi^2a^3/GM}$知,约1 000 km 高度的低轨卫星运行一周的时间(运行周期)约为 105 分钟。下面对各轨道根数进行谱分析,并给出频谱图如图 5 和图 6(选取 5 天数据作谱分析)。

从图 2(b)和图 4 可看到,升交点赤经 Ω 和平近点角 M 主要为线性变化,故不必给出其频谱图。如要再进一步提高轨道拟合精度,可在线性平滑后再对其残差进行谱分析以求得摄动较小的周期性摄动特征,以相应地增加拟合参数。

由上述各轨道根数的数据图及频谱图,经分析计算得到各轨道根数的变化特征大致为:1)轨道长半轴 a:其周期约为 52.56 分钟,即约为 1/2 轨道运行周期的周期变化;2)轨道偏心率 e:其周期分别约为 35.12 分钟和 105.89 分钟,即分别约为 1/3 周和一周的轨道运行周期变化;3)轨道倾角 i:其周期分别约为 52.56 分钟和 12 小时,即分别约为 1/2 轨道运行周期和 1/2 恒星日的周期变化;4)轨道升交点赤经:由图 2(b)可见有明显的线性变化,用一次线性项对数据平滑后的残差标准差为 2.375×10^{-5} rad,相对来说误差已较小,故认为主要为线性变化;5)近地点角:由图 3(a)可见其有慢变的线性部分,用一次线性项对数据平滑可得其线性变化率约为 -4.5659×10^{-7} rad/s。线性平滑后再谱分析见图 6(b),其周期分别约为 35.12 分钟和 105.89 分钟,即分别约为 1/3 周和一周的轨道运行周期变化;6)平近点角:由图 4 可见有明显的线性部分,用一次线性项对数据平滑后的残差标准差约为0.212 7 rad,相对来说误差已很小,故认为主要为线性变化。

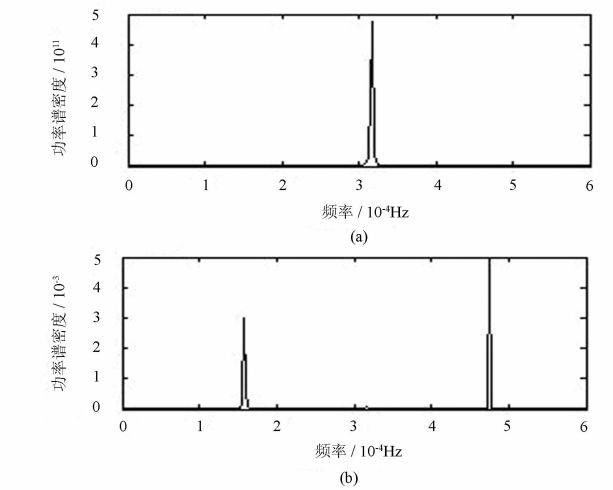


图 5　长半轴 a(a)和偏心率 e(b)频谱图

Fig. 5　Power spectra of semimajor axis(a) and eccentricity (b)

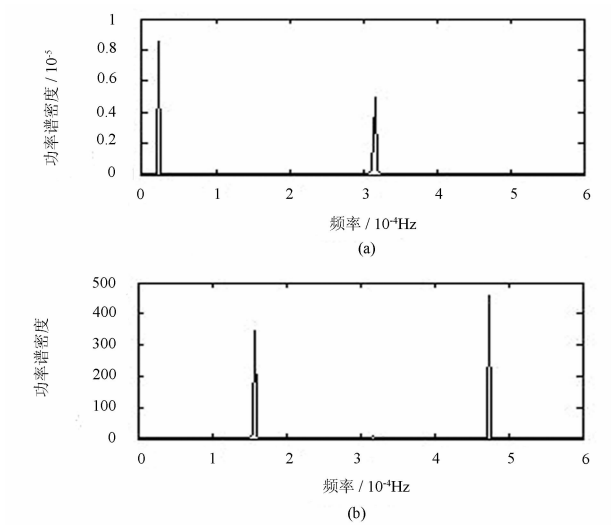


图 6　轨道倾角 i(a)和近地点角 ω(b)频谱图

Fig. 6　Power spectra of inclination(a) and argument of perigee(b)

3　星历参数的选取与拟合算法

GPS 广播星历 15 参数及其意义、算法等可参见文献[2~7],此处根据约 1 000 km 高度的卫星轨道变化特征,为有效地提高该卫星轨道拟合精度,选定了 25 个参数(不含参考历元时刻)的拟合算法,所选参数及其意义见表 1。

表 1 星历参数

Tab. 1 Ephemeris parameters

参数符号	参数意义
t_0	星历表参考时刻
M_0	参考时刻的平近点角
Δn	平均角速度的变化
e_0	偏心率
$\sqrt{a_0}$	长半轴的平方根
Ω_0	参考时刻的升交点赤经
$\dot{\Omega}$	升交点赤经变化率
i_0	参考时刻的轨道倾角
$idot$	轨道倾角变化率
$edot$	轨道偏心率变化率
ω_0	近地点幅角
$udot$	升交角线性变化率
C_{ec}	偏心率一周余弦调和改正项的振幅
C_{es}	偏心率一周正弦调和改正项的振幅
C_{elc}	偏心率 1/3 周余弦调和改正项振幅
C_{els}	偏心率 1/3 周正弦调和改正项的振幅
C_{rc}	地心距余弦调和改正项的振幅
C_{rs}	地心距正弦调和改正项的振幅
C_{ic}	轨道倾角余弦调和改正项的振幅
C_{is}	轨道倾角正弦调和改正项的振幅
C_{idc}	轨道倾角半恒星日余弦调和改正项振幅
C_{ids}	轨道倾角半恒星日正弦调和改正项振幅
C_{uc}	升交角余弦调和改正项的振幅
C_{us}	升交角正弦调和改正项的振幅
C_{ulc}	升交角 1/3 周余弦调和改正项的振幅
C_{uls}	升交角 1/3 周正弦调和改正项的振幅

由轨道拟合出的星历参数求解卫星位置的主要关系式如下：

$$M = M_0 + (\sqrt{\mu/a_0^3} + \Delta n)(t - t_0) \tag{1}$$

$$\Omega = \Omega_0 + \dot{\Omega}(t - t_0) \tag{2}$$

$$u = u_0 + udot(t - t_0) + C_{uc}\cos(u_0) + C_{us}\sin(u_0) + C_{ulc}\cos(3u_0) + C_{uls}\sin(3u_0) \tag{3}$$

$$r = r_0 + C_{rc}\cos(2u_0) + C_{rs}\sin(2u_0) \tag{4}$$

$$i = i_0 + idot(t - t_0) + C_{ic}\cos(2u_0) + C_{is}\sin(2u_0) + C_{idc}\cos(2\omega_e(t - t_0)) + C_{ids}\sin(2\omega_e(t - t_0)) \tag{5}$$

$$e = e_0 + edot(t - t_0) + C_{ec}\cos(3u_0) + C_{es}\sin(3u_0) + C_{elc}\cos(u_0) + C_{els}\sin(u_0) \tag{6}$$

其中

$$E = M + e_0\sin E \tag{7}$$

$$r_0 = a_0(1 - e_0\cos E) \tag{8}$$

$$f = 2\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+e_0}}{\sqrt{1-e_0}}\tan\frac{E}{2}\right) \tag{9}$$

$$u_0 = \omega_0 + f \tag{10}$$

μ 为地球引力常数，ω_e 为地球自转角速度。

卫星轨道面的坐标为：

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\cos u \\ r\sin u \\ 0 \end{pmatrix} \tag{11}$$

卫星在惯性系中的坐标为：

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \boldsymbol{R}_3(-\Omega)\boldsymbol{R}_1(-i)\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'\cos\Omega - y'\cos i\sin\Omega \\ x'\sin\Omega + y'\cos i\cos\Omega \\ y'\sin i \end{pmatrix} \tag{12}$$

若求卫星在地固系中的坐标只需把(12)式中的旋转矩阵 $\boldsymbol{R}_3(-\Omega)$ 改为 $\boldsymbol{R}_3(-\Omega+\Theta)$ 即可。其中，$\boldsymbol{R}_1$、$\boldsymbol{R}_2$、$\boldsymbol{R}_3$ 为绕 x、y、z 轴旋转矩阵，Θ 为格林尼治恒星时。

上述的星历参数是通过数值拟合方法得到的，如已知一组预报星历，就可以运用间接平差的方法求解出其星历参数[2,6]。在计算过程中，时刻选在该组预报星历的中间时刻，迭代计算的初始 6 个开普勒轨道参数的近似值取该时刻该组预报星历的轨道根数值，其余的 19 个星历参数初始近似值直接取零，并在迭代求解参数估值中，设置一定的收敛标准，直至迭代求解收敛为止。

4 算例分析

算例 1：为验证所设计的 25 参数拟合法的有效性，针对约 1 000 km 高度的低轨卫星，分别在其不同弧长和不同星历采样率情况下进行了试算(结果见表 2、表 3 及图 7、图 8)，并在相同弧长情况下与 GPS 广播星历 15 参数法的拟合结果作了比较(见表 2 和图 7)。

用来拟合的星历弧段长度对该卫星轨道拟合精度有很大的影响，表 2 给出了两种参数法在不同弧段长度下的拟合结果。

表 2 不同弧长下两种参数拟合法轨道拟合精度的比较(单位：m)

Tab. 2 Comparison of simulated results between with two methods under different arc length(unit：m)

弧段长度	15 参数法的拟合残差 RMS/最大|误差|		25 参数法的拟合残差 RMS/最大|误差|	
(h)	x 方向	y 方向	z 方向	x 方向	y 方向	z 方向
2	24.47/85.96	24.95/91.55	36.92/115.51	4.80/15.02	4.86/13.67	4.27/21.39
3	41.92/161.74	36.67/147.07	35.15/113.95	35.81/83.93	51.54/123.74	17.05/63.33
4	45.21/232.75	55.74/220.05	79.54/146.99	40.60/119.42	39.68/154.25	42.42/82.03
5	80.10/329.88	129.14/393.9	94.03/125.41	56.18/151.10	94.84/186.38	93.33/131.10

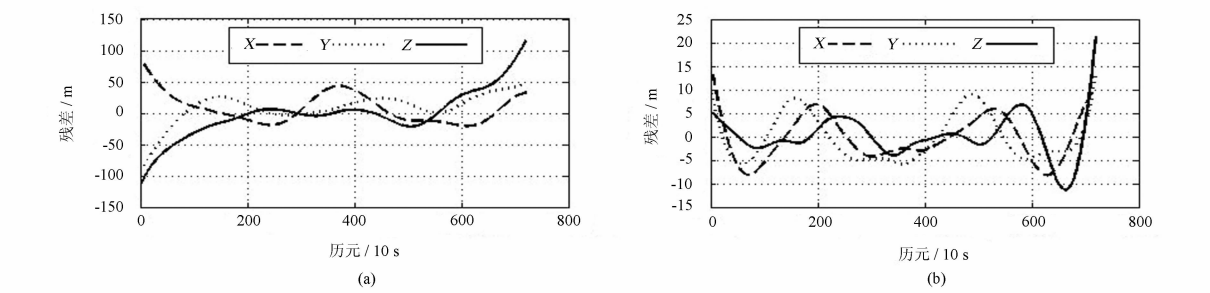


图 7　15 参数法(a)和 25 参数法(b)轨道拟合残差图

Fig. 7　Fitting residuals with 15 parameters(a) and 25 parameters(b)

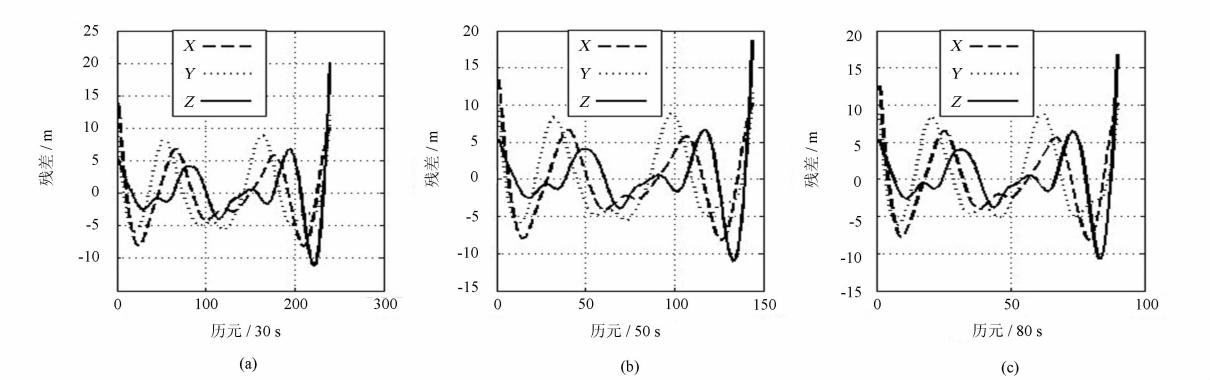


图 8　25 参数法轨道拟合残差图(采样间隔 30 s(a)、50 s(b)和 80 s(c))

Fig. 8　Comparison of fitting residuals of orbit with 25 parameters method(30 s(a),50 s(b) and 80 s(c) interval)

图 7(*b*),图 8 分别给出了采样间隔分别为 10*s* 和 30 *s*、50 *s*、80 *s* 的轨道拟合残差图。

为明晰起见,图 7 给出了 15 参数法和 25 参数法 2 小时弧长的轨道拟合残差图。

从表 2 可以看出,随着弧长的增加,两种方法的轨道拟合精度都明显地降低。这主要由于两种方法的星历摄动参数只考虑了卫星所受摄动参数的长期项和主要的明显的短周期项,随着弧段长度的增加,所选择的摄动参数就无法吸收那些被忽略的次要的不明显的短周期项(由谱分析方法可发现有很多次频率)的影响,所以导致了拟合精度的降低。另外,还可看出,在同样弧段长度下 GPS 广播星历的 15 参数法的拟合精度明显低于 25 参数法的拟合精度。此例中,GPS 广播星历 15 参数拟合法拟合该低轨卫星时,虽然 2 ~ 3 小时弧段拟合均方差小于 100 m (3D),但在其局部弧段上拟合误差远大于 100 m。而采用的 25 参数拟合法拟合 2 小时轨道弧段的均方差小于 10 m,其局部弧段拟合误差也小于 25 m (见图 7(b))。从表 2 也可以得出,此算例中最佳的拟合弧段长度为 2 小时,这也是寻求最佳拟合弧段长度的一种方法。

为了解不同的星历采样率与轨道拟合精度的关系,处理结果见表 3 及图 7(b)和图 8。

表 3　不同星历采样间隔下 25 参数法的轨道拟合精度比较(单位:m)

Tab. 3　Comparison of fitting results with 25 parameter among under different sample rates of orbit (unit: m)

采样间\隔(s)	*x* 方向 RMS/最大|误差|	*y* 方向 RMS/最大|误差|	*z* 方向 RMS/最大|误差|
10	4.80/15.02	4.86/13.67	4.27/21.39
30	4.76/14.47	4.84/12.61	4.21/20.07
50	4.73/13.93	4.82/11.64	4.15/18.77
80	4.68/13.16	4.79/10.34	4.05/16.86

从表 3 及图 7(b)、图 8 可以看出,在预报星历采样率不同(如 10 s,30 s,50 s,80 s)情况下轨道拟合的精度基本相当(约 5 m),但随着采样间隔的增大,轨道拟合精度有提高的趋势。

算例 2:为进一步验证所设计的低轨卫星星历 25 参数拟合法对卫星轨道高度变化的适用性,再将其应用于轨道高度为 1 200 km 的低轨卫星,并和算例 1 作相同的分析,限于篇幅,此处只给出轨道拟合精度 RMS 和最大|误差|,所得结果见表 4 和表 5。

从表 4 可以看出,随着弧长的增加,两种方法的轨道拟合精度都明显降低,而且在同样弧段长度下 GPS 广播星历的 15 参数法的拟合精度明显低于 25 参数法的拟合精度。从表 5 可看出,在预报星历采

表 4 不同弧长下两种参数拟合法轨道拟合精度的比较(单位:m)

Tab. 4 Comparison of fitting results between with two methods under different arc length(unit:m)

弧段长度	15 参数法的拟合残差 RMS/最大|误差|			25 参数法的拟合残差 RMS/最大|误差|	
(h)	x 方向	y 方向	z 方向	x 方向	y 方向	z 方向
2	19.21/60.13	19.26/73.82	32.78/105.14	3.35/12.87	3.95/11.51	2.51/11.18
3	44.26/168.16	37.74/156.08	28.91/105.51	29.46/83.45	31.43/68.94	17.27/66.93
4	39.45/195.00	41.09/178.44	58.28/265.41	31.98/118.45	38.01/155.07	34.75/163.01
5	77.16/329.88	127.1/393.93	86.88/225.66	45.18/95.31	91.48/239.83	80.43/229.17

表 5 不同星历采样间隔下 25 参数法的轨道拟合精度(单位:m)

Tab. 5 Fitting results with 25 parameters among under different sample rates of orbit(unit:m)

采样间隔 (s)	x 方向 RMS/最大|误差|	y 方向 RMS/最大|误差|	z 方向 RMS/最大|误差|
10	3.35/12.87	3.95/11.51	2.51/11.18
30	3.34/12.73	3.97/11.06	2.48/9.91
50	3.33/12.55	3.99/10.62	2.45/8.70
80	3.31/12.24	4.01/9.99	2.40/7.00

样率不同的情况下轨道拟合精度基本相当,但随着采样间隔的增大轨道拟合精度有提高的趋势。由此可得出该低轨卫星星历 25 参数法对轨道高度约 1 200 km 的卫星同样适用,验证了所设计的低轨卫星星历 25 参数拟合法对卫星轨道高度变化的适应性。

5 结论

本文参照 GPS 广播星历 15 参数拟合法的特点,根据约 1 000 km 高度的卫星轨道特征设计了一套针对低轨卫星的星历 25 参数拟合法,并对二者进行了比较。

1)在相同弧长条件下,25 参数法的拟合精度明显高于 GPS 广播星历 15 参数拟合法。采用 GPS 广播星历 15 参数拟合法拟合低轨卫星时,虽然 2 ~ 3 小时弧段拟合均方差小于 100 m(3D),但局部弧段拟合误差远大于 100 m。而采用 25 参数拟合法拟合 2 小时轨道弧段的均方差小于 10 m,其局部弧段拟合误差小于 25 m;

2)拟合弧段的长度对拟合精度的影响较大。随着弧长的增加(2 小时拟合弧长以上),两种参数拟合法的拟合精度都明显降低。这主要由于两种参数法的星历摄动参数只考虑了卫星所受的长期项和主要的、明显的短周期项,随着弧段长度的增加,所选择的摄动参数就无法吸收那些被忽略的短周期项的影响所致;

3)运用 25 参数法在不同的预报星历采样率情况下对低轨卫星轨道的拟合精度影响不大,但随着星历采样间隔的增大轨道拟合精度有提高的趋势;

4)若再进一步提高轨道拟合精度,须对约1 000 km 高度的卫星轨道进行更深层的谱分析,相应的增加拟合参数以吸收较小的周期摄动影响,如分别在两者线性平滑后再对其残差进行谱分析以求得摄动较小的周期性摄动特征,并相应地增加拟合参数等。

References

1 张晓坤,刘迎春,杨新,等. 近地卫星星历的高精度星载算法研究[J]. 航天控制,2005,23(4):41 ~ 44.

1 Zhang Xiaokun, Liu Yingchun, Yang xin, et al. An onboard precise orbit prediction algorithm for low earth orbit spacecraft[J]. Aerospace Control, 2005, 23(4): 41 - 44. (in Chinese)

2 黄勇,胡小工,王小亚,等. 中高轨卫星广播星历精度分析[J]. 天文学进展,2006,24(1):81 ~ 88.

2 Huang Yong, Hu Xiaogong, Wang Xiaoya, et al. Precision analysis of broadcast ephemeris for medium and high orbit satellites[J]. Progress in Astronomy, 2006, 24(1): 81 - 88. (in Chinese)

3 许其凤. GPS 卫星导航与精密定位[M]. 北京:解放军出版社,1994. 12:72 ~ 76.

3 Xu Qifeng. GPS satellite navigating and precise positioning [M]. Beijing: The PLA Press, 1994. 12: 72 - 76. (in Chinese)

4 Boris Pervan and Livio Gratton. Orbit ephemeris monitors for local area differential GPS[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(2): 449 - 460.

5 Xu G C. GPS theory, algorithms and applications[M]. Germany: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003.

6 崔先强,焦文海,贾小林,等. GPS 广播星历参数拟合算法[J]. 测绘学院学报,2004,21(4):244 ~ 246.

6 Cui Xianqiang, Jiao Wenhai, Jia Xiaolin, et al. The fitting algorithm of GPS broadcast ephemeris parameters[J]. Journal of Institute of Surveying and Mapping, 2004, 21(4): 244 - 246. (in Chinese)

7 周忠谟,易杰军,周琪. GPS 卫星测量原理与应用[M]. 北京:测绘出版社,1997.

7 Zhou Zhongmo, Yi Jiejun and Zhou Qi. GPS surveying theory and applications[M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 1997. (in Chinese)