第32卷第6期 大地测量与地球动力学 Vol. 32 No. 6
2012年12月 JOURNAL OF GEODESY AND GEODYNAMICS Dec., 2012

文章编号:1671-5942(2012)06-0148-04

高频形变仪器采样率的研究与仿真实验*

周云耀[1,2] 吕永清[1] 蔡 骞[1] 吴 涛[1,2] 刘 川[1]

(1)中国地震局地震研究所(地震大地测量重点实验室),武汉 430071
2)中国地震局地壳应力研究所武汉科技创新基地,武汉 430071)

摘 要 研究高频形变仪器采样率的确定方法,首先应根据仪器的分辨力和动态范围确定仪器的观测频率范围,既要包含仪器的通频带,也应包括仪器的过渡带;然后根据观测频率范围的最高频率,依据采样定理来确定仪器的采样率;最后,通过仿真实验对此进行了验证。

关键词 采样率;高频;形变;仿真;地动信号

中图分类号:TH762.2 **文献标识码**:A

STUDY AND SIMULATION EXPERIMENT OF THE SAMPLING RATE OF HIGH-FREQUENCY DEFORMATION INSTRUMENT

Zhou Yunyao[1,2], Lü Yongqing[1], Cai Qian[1], Wu Tao[1,2] and Liu Chuan[1]

(1)*Institute of Seismology, China Earthquake Administration, Wuhan* 430071
2)*Wuhan Base of Institute of Crustal Dynamics, CEA, Wuhan* 430071)

Abstract How to determine sampling rate of high-frequency deformation instrument is studied. At first observation frequency range including pass-band and transition band should be determined based on the resolution of instrument dynamic range, and then sampling rate is determined according to the highest frequency and Nyquist's Sampling Theorem. Finally the result is verified by simulation experiment.

Key words: sampling rate; high-frequency; deformation; simulation; seismograph signal

1 引言

传统的地壳形变仪器以清晰地记录固体潮为主要目标,其工作频率很低,并采用模拟记录方式。进入数字化观测时代后,要对仪器模拟输出信号进行数字化采样才能满足数据网络传输和计算机处理的要求。由于其主要目的是记录固体潮这种超长周期的信号,因而一般可采用分钟值采样。

随着形变学科发展,形变仪器的频带逐渐向高频拓展,有些仪器的高频端已经扩展到几赫兹。这样,原来的分钟采样率就不能满足奈奎斯特采样定理的要求。

如何确定仪器的采样率,采样率与仪器频带及过渡带的关系是什么,本文就这些问题进行了研究。

2 采样与混叠分析

2.1 采样

采样方法有很多种,其中最常用的是等间隔采样,即每隔一个固定时间 T 取一个信号值,T 称为采样周期,T 的倒数称为采样频率,记为 $f_s=\frac{1}{T}$,其对应的角频率为 $\omega_s=2\pi/T=2\pi f_s$。采样器一般可以

* 收稿日期:2012-09-10
基金项目:中国地震局科研专项(201101014);国家检验检疫总局行业专项(10-215);中国地震局地震研究所所长基金(IS200716003)
作者简介:周云耀,男,1967年生,理学博士,研究员,主要从事地球科学仪器及其测试技术的研究. E-mail:joewhcn@yahoo.com.cn

认为是冲激函数。对于周期性冲激函数可写成:

$$p(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT) \tag{1}$$

如果以 $x(t)$ 代表输入的连续信号;而 $x_s(t)$ 表示采样输出,是 $p(t)$ 经信号 $x(t)$ 调制后产生的,即

$$x_s(t)=x(t)p(t)=\sum_{n\to\infty}^{\infty}x(t)\delta(t-nT) \tag{2}$$

将式(2)进行傅氏变换,有

$$X_s(\omega)=\frac{1}{T_s}\sum_{n\to\infty}^{\infty}X(\omega-n\omega_s) \tag{3}$$

式中,$X_s(\omega)$ 是采样信号 $x_s(t)$ 的频谱,$X(\omega)$ 是 $x(t)$ 的傅氏变换。

研究证明,如果信号 $x(t)$ 是实带限信号,且其最高频率不超过 $\omega_s/2$,那么采样频谱不会出现"混叠"现象[1]。

2.2　混叠频率分析

设定实际信号频率为 f,采样频率为 f_s,并且 $f_s<2f$,经过采样分析得到的混叠频率为 f_a,折叠频率为 $f_b=f_s/2$,则有:

混叠频率

$$f_a=|nf_s-f| \tag{4}$$

其中,$n=\mathrm{Int}(\frac{f}{f_s}+0.5)$

混叠次数

$$m=\mathrm{Int}(\frac{f}{fb}) \tag{5}$$

其中,Int( )为取整数操作,小数点后面的数字全部舍弃,仅保留小数点以前的整数部分[2]。

3　频率混叠现象仿真

为了清楚地了解频率混叠现象,我们利用 Matlab 工具进行了仿真实验。

图 1 中每秒时间给出一个频率的正弦波,频率从 1～10 Hz 递增。以 10 Hz 采样率对图 1 进行采样,以"*"为采样点,采样结果如图 2。

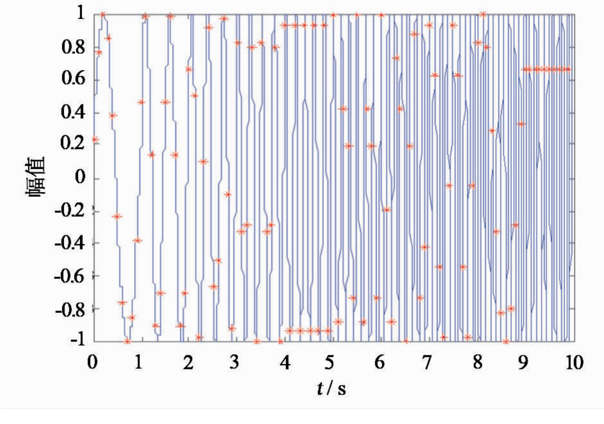


图 1　1 Hz～10 Hz 的正弦波原始信号

Fig. 1　Original signals of sinusoidal wave from 1 Hz to 10 Hz

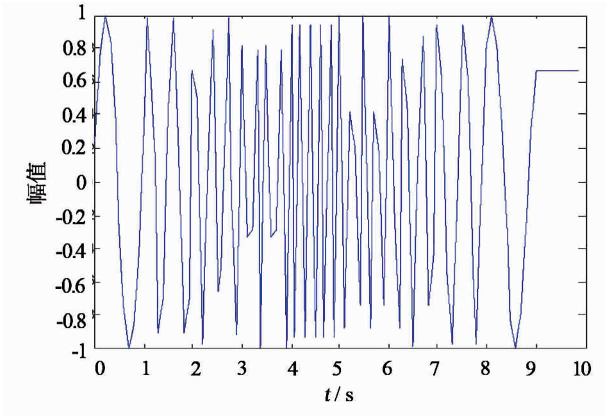


图 2　采样结果

Fig. 2　Sampling results

从图 2 可以看出,频率小于 5 Hz 的正弦波通过采样后,能恢复出原始的频率,而频率大于 5 Hz 的正弦波通过采样后,频率发生了变化。其中 n Hz 变成了 $10-n$ Hz,10 Hz 的正弦波变成了 DC。实验结果表明,频率高于采样率一半的信号在采样时出现了"混叠"现象。

4　形变仪器的采样仿真实验

4.1　高频形变仪器的频率特性

一般而言,高频形变仪器的传递函数可用二阶传递函数近似表达。

设定传递函数:

$$G(s)=\frac{1}{as^2+bs+1} \tag{6}$$

以 20 s 形变仪器为例,假如其阻尼系数为 0.707,分辨力为0.000 1角秒,则其传递函数为

$$G(s)=\frac{0.0987}{s^2+0.4442s+0.0987} \tag{7}$$

该传递函数的 Bode 如图 3 所示。

设定传递函数在频域上幅值 $A(\omega)$,根据 Bode 图的定义,其幅频特性图的纵轴为 $L(\omega)$,

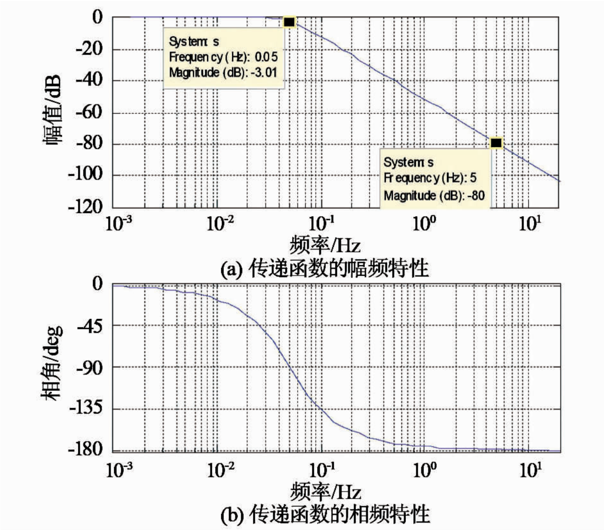
$$L(\omega)=20\lg A(\omega) \tag{8}$$

图 3(a)中 −3 dB 所对应的频率为该仪器的转折频率,−80 dB(由仪器的分辨力代入式(7)所得)所对应的频率为该仪器的最大频率。仪器可以观测到的频率范围包括通频带和过渡带两个部分。通频带频率范围为 DC～0.05 Hz,过渡带频率范围为 0.05～5 Hz。

从图 3(b)可以看出,当频率超过仪器转折频率时,相角发生了反转。

根据式(7)和图 3,选取表 1 所列正弦信号作为实验的信号源。

图 4 为原始信号的功率谱,其原始信号所包含的频率点都得到了体现。



(a) 传递函数的幅频特性

(b) 传递函数的相频特性

图 3 传递函数 Bode 图

Fig. 3 Bode diagram of transfer function

表 1 实验中的正弦信号源

Tab. 1 Sinusoidal signal source in the experiment

	频率(Hz)	幅值	分贝(dB)
*X*1	0.01	0.999 2	-0.006 8
*X*2	0.02	0.987 5	-0.109 2
*X*3	0.03	0.941 0	-0.528 0
*X*4	0.04	0.842 4	-1.489 1
*X*5	0.05	0.707 3	-3.008 2
*X*6	0.06	0.570 5	-4.874 5
*X*7	0.07	0.454 6	-6.848 1
*X*8	0.08	0.363 9	-8.779 9
*X*9	0.09	0.295 0	-10.604 7
*X*10	0.11	0.202 4	-13.877 4

注:*X*5 信号的频率为仪器的转折频率(f_c 为 0.05Hz)

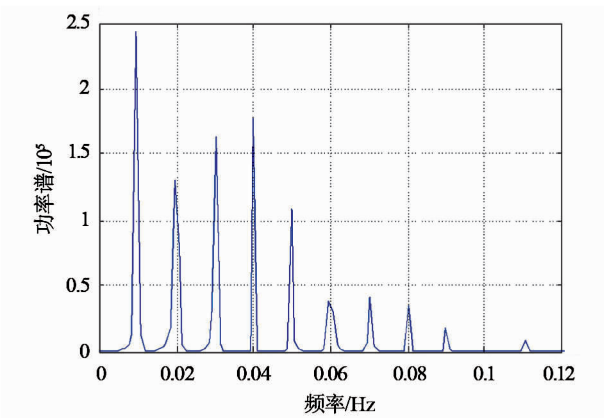


图 4 原始信号的频谱图

Fig. 4 Frequency spectrum of the original signal

4.2 通频带的采样率确定

该仪器的通频带为 DC ~ 0.05 Hz,转折频率为 0.05 Hz。在通频带,采样率选取转折频率的两倍作为采样率,即以 0.1 Hz 的采样率对原始信号通频带内的信号源(*X*1、*X*2、*X*3、*X*4、*X*5)进行采样,利用采样的结果作出频谱如图 5 所示。从图 5 可以看出,采样结果中的信号与通频带内的信号源中的频率点都能一一对应,可见对选取转折频率的两倍作为采样率对通频带进行采样是合适的。

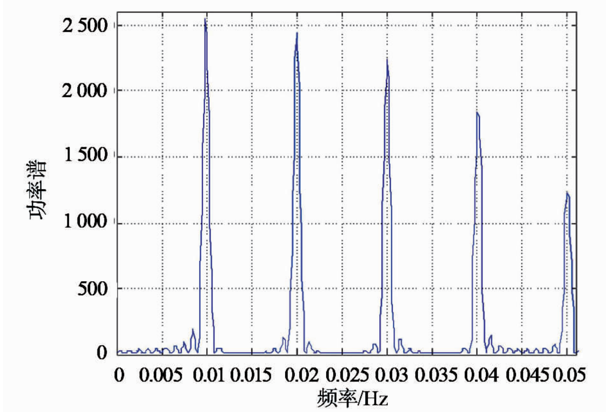


图 5 以转折频率的两倍作为采样率的信号的频谱图

Fig. 5 Frequency spectrum of the signal with the sampling rate double the turning frequency for the pass-band

4.3 过渡带采样率的确定

实际运行的仪器经常以转折频率的两倍作为确定采样率的依据。为了完全采样到过渡带中的频率信号,利用仪器响应最高频率的两倍频率作为采样率对原始信号源进行采样,即采样率为 10 Hz。

分别以 0.1 Hz 和 10 Hz 的采样率对过渡带信号(*X*6、*X*7、*X*8、*X*9、*X*10)进行采样。

以 0.1 Hz 采样率的采样结果频谱见图 6。

图 6 中"五角星"标记的频率点信号是原始信号源中根本不存在的信号,是因为采样率不够而出现的"假频"信号。我们通过公式(4)、(5)计算得出在采样过程中出现了"假频"现象,"假频"频率分别为 0.04 Hz、0.03 Hz、0.02 Hz、0.01 Hz、0.1 Hz,计算结果与图 6 所示的"假频"频率完全一致。其中 0.01 Hz 频率点是两次重叠的"假频"信号。

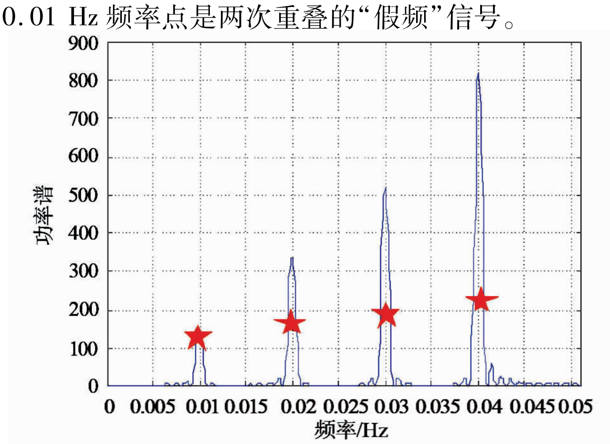


图 6 转折频率的两倍作为采样率采集到信号的频谱图

Fig. 6 Frequency spectrum of the signal with the sampling rate double the turning frequency for the transition band

上述实验表明,利用仪器截止频率的两倍频率作为采样率 f_s,那么大于 $1/2f_s$ 频率的信号在采样过程中将会出现“假频”(表现为“低频”信号),混淆在低频信号中。

对过渡带中同样的信号以 10 Hz 采样率的进行采样,对采样结果求取频谱图如图 7 所示。

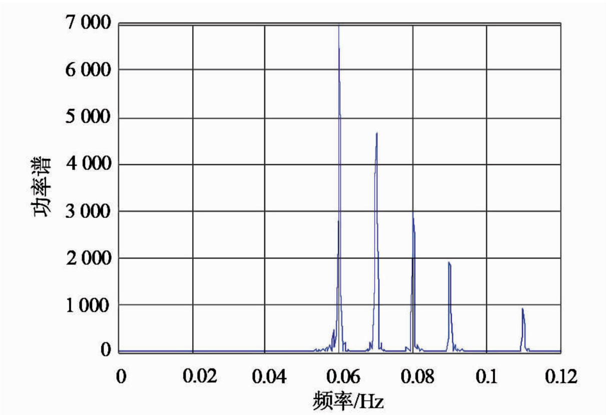


图 7　最高频率的两倍作为采样率采集到信号的频谱图

Fig. 7　Frequency spectrum of the signal with the sampling rate double the maximal frequency

如图 7 所示,能够清晰地看到原始信号源在经过最高频率的两倍作为采样率采样以后所包含的 5 个频率点,而且幅值大小也与 $X6$ 到 $X10$ 信号一致。

由实验可见,对过渡带的采样,必须采用最高频率的两倍或者两倍以上作为采样频率,整个仪器响应频带内的信号频率才能被真实地采样,在频谱图上能够分辨得到原始信号所对应的每个频率点。

4.4　分析讨论

每台仪器的分辨力和动态范围决定了仪器能够响应到的频率范围。例如,一台仪器的分辨力为 0.000 1″,动态范围为 80 dB,那么根据式(8)和图 3 可以确定 −80 dB 所对应的频率为 5 Hz,也就表明该仪器所能够响应到频率可以高达 5 Hz 的信号。这样如果还是采用截止频率的两倍或者两倍以上的频率作为采样率对数据进行采集,那么采样率明显是不足的。

根据通频带采样率实验仿真的结果以及采样定律,如果要使得整个仪器所能观测到的频带范围的信号都能恢复,则需要选择仪器响应最高频率的两倍或者两倍以上的频率作为采样率。

因此本文所选仪器的转折频率为 0.05 Hz,仪器响应的最高频率为 5 Hz,那么通过本次仿真实验可以得出,要使整个仪器响应频带内的信号都被真实地采样,在采样过程中所采用的采样率应不小于 10 Hz。

5　结论

采样率的确定:

1)应该考虑仪器的分辨力和动态范围来确定仪器能够响应到的信号频率范围,而不应简单地用分钟或秒钟采样;

2)应考虑仪器幅频特性的过渡带而不仅仅是通频带;

3)不仅要考虑奈奎斯特采样定理,还要结合仪器响应能力和信号恢复效果确定采样率。

因此本文认为在数据采样中满足 $f_s \geq 2f_h$ 条件就能恢复原信号,当不能满足 $f_s \geq 2f_h$ 条件时,原信号与采样信号重叠将会产生混叠信号,将没有办法从采样信号恢复原信号波形。在实际使用中,一个信号周期需要有 4 个采样点才能较好地表达信号的特征。

参　考　文　献

1　胡晓军. 数据采集与分析技术[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2010.(Hu Xiaojun. Data acquisition and analysis[M]. Xi'an:Xidian University Press,2010)

2　应怀樵,沈松,刘进明. 频率混叠在时域和频域现象中的研究[J]. 振动、测试与诊断,2006,26(1):1 − 4.(Ying Huaiqiao, Shen Song and Liu Jinming. Frequency aliasing phenomenon in time domain and frequency domain[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis,2006,26(1):1 −4)

3　黄忠霖. 自动控制原理的 MATLAB 实现[M]. 北京:国防工业出版社,2009.(Huang Zhonglin. MATLAB implementation of automatic control theory[M]. Beijing:National Defense Industry Press,2009)

4　中国地震局监测预报司. 数字地震观测技术[M]. 北京:地震出版社,2003.(Department of Monitoring and Prediction, CEA. Digitilized technology for earthquake observation[M]. Beijing: Seismological Press, 2003)

5　涂植英,陈今润. 自动控制原理[M]重庆:重庆大学出版社,2005.(Tu Zhiying and Chen Jinrun. Principles of automatic control[M]. Chongqing:Chongqing University Press, 2005)

6　周云耀,等. DSQ 水管倾斜仪传递函数的实验比测[J]. 大地测量与地球动力学,2010,(Supp. Ⅱ):99 − 101.(Zhou Yunyao,et al. Test and comparison for transfor function of DSQ water tube tiltmeter[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics,2010,(Supp. Ⅱ):99 −101)

7　吕永清,蔡亚先,程骏玲. 国家数字地震台数据处理研究[J]. 大地测量与地球动力学,2006,(3):131 − 134.(Lü Yongqing, Cai Yaxian and Cheng Junling. On data processing of national digital seismostation[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2006,(3):131 −134)