

文章编号:1671-5942(2013)01-0145-05

点质量模型与最小二乘配置在多源重力数据融合中的应用^{*}

高新兵^{1,2)} 李姗姗¹⁾ 李海²⁾ 张宏伟²⁾ 王应建²⁾

(1)解放军信息工程大学测绘学院,郑州 450052)

(2)解放军61365部队,天津 300140)

摘要 探讨基于最小二乘配置以及点质量进行多源重力数据融合的理论和方法,并对澳大利亚某区域的航空和地面重力测量数据进行融合实验。结果表明:多分辨率最小二乘配置的数据融合精度为 $\pm 3.6 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$,明显优于最小二乘总体配置的精度;包含空中数据的四层点质量模型的融合精度为 $\pm 4.6 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$,高于仅用地面点建立的三层点质量模型的精度;最小二乘配置存在的病态问题在点质量模型中可以得到有效解决。

关键词 点质量模型;最小二乘配置;多分辨率最小二乘配置;多源重力数据融合;病态性

中图分类号:P207

文献标识码:A

APPLICATION OF POINT MASS MODEL AND LEAST SQUARE COLLOCATION IN MULTI-SOURCE GRAVITY DATA FUSION

Gao Xinbing^{1,2)}, Li Shanshan¹⁾, Li Hai²⁾, Zhang Hongwei²⁾ and Wang Yingjian²⁾

(1) Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, Zhengzhou 450052)

(2) 61365 Troops of PLA, Tianjin 300140)

Abstract For the multi-source gravity data, the fusion methods such as Least Square Collocation (LSC) and point mass assumption are studied and then tested within a certain region in Australia with both airborne and ground gravity measurement data. The results show that the accuracy of multi-resolution LSC proposed is $\pm 3.6 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$, while that of the least square total collocation is $\pm 8.4 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$. The accuracy of four layers point mass model including airborne data is $\pm 4.6 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$, while that of the three layers point mass model with ground data only is $\pm 5.6 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$. And the ill-posed problem in LSC vanishes in the point mass model.

Key words: point mass model; Least Square Collocation (LSC); multi-resolution LSC; multi-source gravity data fusion; ill-condition

1 引言

随着空间重力测量手段与技术的发展,覆盖陆海交界区域的重力数据呈现多样化,为了综合利用这些多源重力场信息有效构建陆海交界区真实可靠

的重力基础数据,将这些数据进行有效融合显得尤为重要。因此,越来越多的学者开始研究多源重力数据的融合问题^[1-5]。目前最小二乘配置是比较常用的方法,但存在一些缺点:1)必须有足够的实测数据以构建准确的先验信息;2)协方差函数模型的

* 收稿日期:2012-06-12

基金项目:国家自然科学基金(41274029);解放军信息工程大学测绘学院硕士学位论文创新与创优基金(S20120)

作者简介:高新兵,男,1986年生,硕士生,主要从事物理大地测量研究. E-mail: gaoxinbing714@163.com

选取具有一定的盲目性;3)用配置法进行推估未知点时需要解算 $N \times N$ 阶矩阵,观测数据密度很大时协方差矩阵可能变得高度病态,另外大型矩阵的求逆也是一个问题。因此寻找合适的多源重力场信息融合处理方法以尽量弥补以上缺限显得很有必要。本文重点研究点质量模型方法与最小二乘配置方法在融合多源重力数据中的应用,并针对融合过程中存在的问题进行改进。

2 最小二乘配置

2.1 基本原理

最小二乘配置(LSC)的基本公式为^[6-9]:

$$\Delta g_p = C_{st} C_n^{-1} \Delta g = [C_{sg} \quad C_{sa}] \begin{bmatrix} C_{gg} & C_{ga} \\ C_{ag} & C_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta g_g \\ \Delta g_a \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中 Δg 、 Δg_g 、 Δg_a 分别为待求点、地面已知点、空中已知点的重力异常, C_{st} 为未知点重力异常与已知点重力异常之间的协方差矩阵, C_{sg} 、 C_{sa} 分别为未知点与地面已知点、空中已知点之间的协方差矩阵; C_n 为已知点重力异常的协方差矩阵, 其中 g 代表地面点、 a 代表空中点。

从式(1)可以看出,准确确定重力测量数据的自协方差与互协方差矩阵需要大量的先验信息,本文采用常见的三维协方差模型^[10]:

$$\begin{cases} C(l) = C_0 / (1 + B^2 l^2)^{1/2} \\ C(P, Q) = C_0 b / [l_{P,Q}^2 + (Z_P + Z_Q + b)^2]^{1/2} \quad Z > 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中, C_0 为重力异常的方差, B 是模型参数, $b = 1/B$, 地面和空中的 C_0 、 b 分开统计与计算。

2.2 多分辨率最小二乘配置融合

多源重力数据来源广泛并且在分辨率、频谱敏感性方面存在较大差异,不同分辨率的重力场观测信息对应频谱的频率不同。基于此,本文提出的多分辨率最小二乘配置则是对同一区域的多分辨率信号在相同频谱上进行融合,而不改变不交叉的频谱段。这样低分辨率数据的加入只使信号的低频部分发生改变,而对信号的高频没有影响,从而提高数据融合的精度。其具体实现步骤为:

- 1) 将已知最高分辨率的观测数据根据最小二乘配置的基本原理推估得到待估信号在该分辨率上的最优估值;
- 2) 利用低通平滑滤波将第一步得到的信号估值稀疏到分辨率较低一级的尺度空间;
- 3) 由 2) 得到的数据和具有相同分辨率的观测数据作差;

4) 将差值拟合推估成较高分辨率的校正差;

5) 将 4) 得到的校正差叠加到 1) 得到的较高分辨率的信号上,最终融合形成高分辨率的最优估值。

3 基于逐级余差思想的点质量模型方法

3.1 基本原理

根据龙格定理,地球外部扰动位可以用包含在地球内部一个球外的正则调和函数逼近,该球称为 Bjerhammar 球。如图 1 所示,假定点质量模型由离散地分布于地下的扰动质量为 M_j ($j = 1, 2, \dots, k$) 的 k 个扰动质点 M_j 组成,则地面点或空间点的重力异常的计算式为:

$$\Delta g_i = G \sum_{j=1}^k M_j \left(\frac{r_i - R_j \cos \psi_{ij}}{r_{ij}^3} - \frac{2}{r_i r_{ij}} \right) \quad (3)$$

式中, G 为引力常数, r_i 为第 i 个重力异常 Δg_i 的地心距离, R_j 为第 j 个点质量 M_j 的地心距离, ψ_{ij} 为第 i 个重力异常 Δg_i 与第 j 个点质量 M_j 之间的球心角距, r_{ij} 为第 i 个重力异常 Δg_i 与第 j 个点质量 M_j 之间的距离。

将式(3)写成矩阵形式为:

$$\Delta g = AM \quad (4)$$

点质量模型的具体建立过程:首先将已知最低分辨率的实际重力异常减去模型重力异常(36 阶)得到残差重力异常,进而解算得到相应深度($1^\circ \times 1^\circ, 20' \times 20', 5' \times 5', 2' \times 2'$)的点质量层埋藏深度分别为:100、40、10、($4 + 0.655$) km(航高))的点质量^[10];然后按照分辨率递增($1^\circ \sim 2'$)顺序,利用相应残差重力异常依次解算该分辨率对应的点质量层,其中残差重力异常是相应分辨率的实际重力异常减去模型重力异常和所有由比该分辨率低的点质量计算的重力异常。

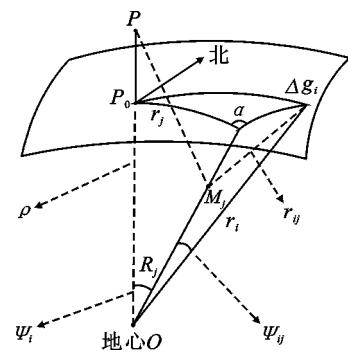


图 1 局部点质量模型的计算

Fig. 1 Calculation of local point mass model

4 实验分析

实验数据来源于澳大利亚某区域 $2' \times 2'$ 的航空重力异常数据和 $5' \times 5', 20' \times 20', 1^\circ \times 1^\circ$ 的地面重

力异常数据(图2。 $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ 分辨率的数据范围为 $25^{\circ} \times 25^{\circ}$,图中没有完全显示),利用这些数据融合得到与航空重力数据相同范围分辨率的地面重力数据。计算采用EGM2008的前36阶模型。

4.1 融合结果

基于最小二乘配置与点质量模型理论对实验区的数据进行融合,所得的结果见图3、4(白色区域为航空重力空白区)。从图3可以看出,最小二乘配置的两种方法融合结果大体趋势相同。从图4容易看出,多分辨率最小二乘配置融合的精度要明显优于最小二乘总体配置。

三层点质量模型融合结果存在严重偏离,而联合航空和地面重力数据建立的四层点质量模型与最小二乘配置总体趋势基本相同。

4.2 精度分析

为了评定精度,对融合所得数据进行三次插值得到的数据,与地面重力测量的离散数据在 $12^{\circ}12' S \sim 12^{\circ}24' S, 133^{\circ} E \sim 133^{\circ}20' E$ 范围内的121个点(图5)进行检核,其结果见图6与表1。从图7和表1容易看出,多分辨率最小二乘配置融合的精度要明显优于最小二乘总体配置。

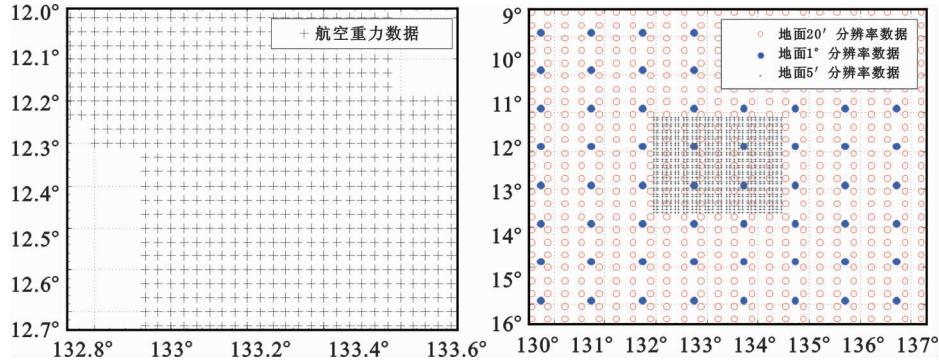


图2 重力测量数据点位分布

Fig. 2 Distribution of the data points of gravity surveying

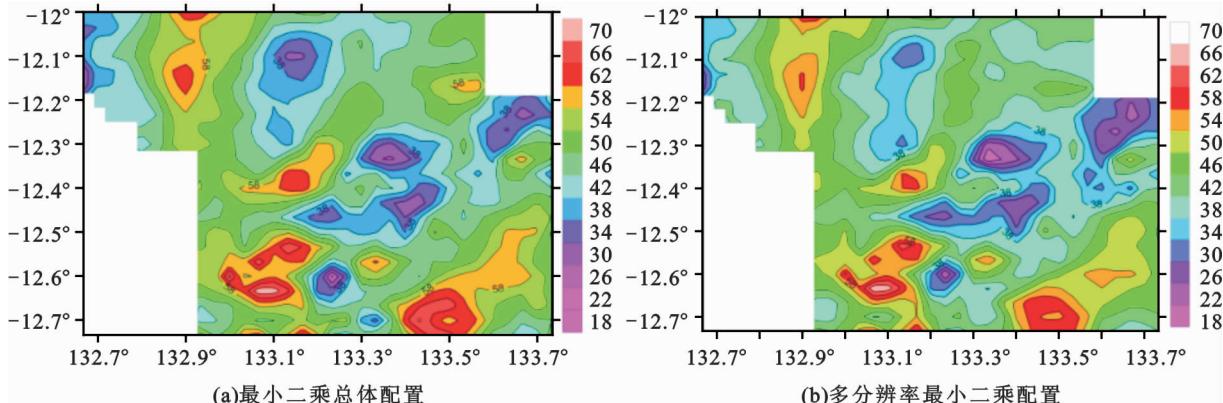


图3 最小二乘配置融合结果(单位: 10^{-5} ms^{-2})

Fig. 3 Results of LSC fusion (unit: 10^{-5} ms^{-2})

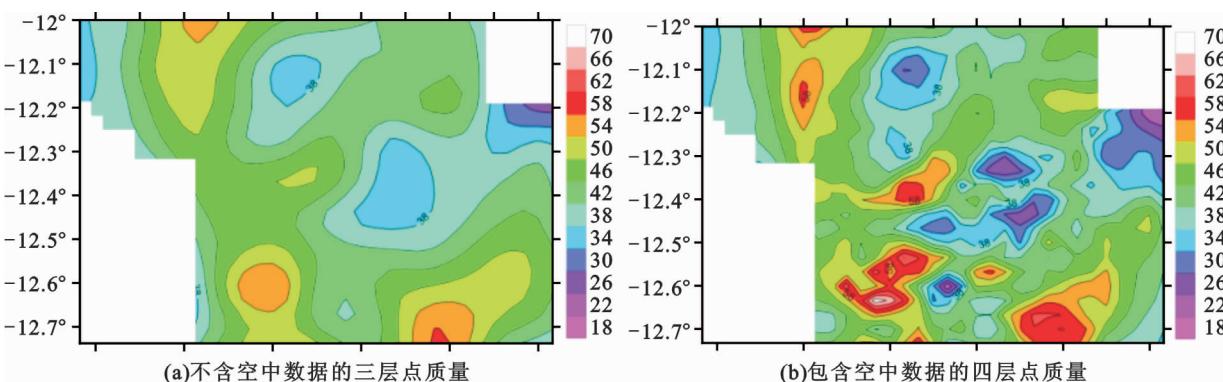


图4 点质量模型融合结果(单位: 10^{-5} ms^{-2})

Fig. 4 Result of point mass model fusion (unit: 10^{-5} ms^{-2})

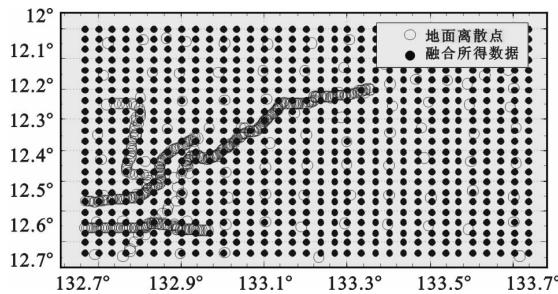
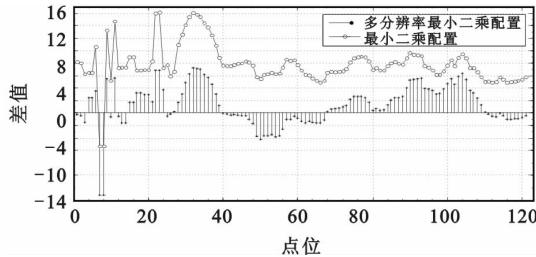


图 5 地面离散数据与融合所得数据的点位分布

Fig. 5 Distribution of ground discrete data and fusion data

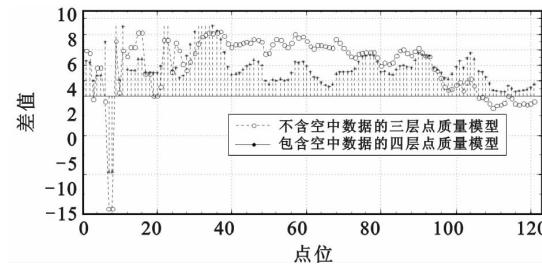
图 6 最小二乘配置融合所得数据的插值结果与地面离散数据的差值(单位: 10^{-5}ms^{-2})Fig. 6 Difference between interpolation result of LSC fusion and ground discrete data (unit: 10^{-5}ms^{-2})

从图 7 和表 2 可以看出, 基于点质量模型理论可以有效融合多源重力场数据。本文联合航空重力数据与地面数据建立四层点质量模型的精度要高于只用地面数据建立的三层点质量模型, 但存在接近 $4 \times 10^{-5} \text{ms}^{-2}$ 的系统误差, 从表 3(与地面离散数据对比结果)可以看到, 基本可以忽略 EGM2008 模型误差对此的影响。这可能与不同重力测量手段和观

测仪器得到的测量数据表现出不同的误差特性以及重力基准、坐标基准、地球参考框架的选择有一定的关系; 另外点质量模型的误差也不容忽视^[12]。

表 1 最小二乘配置融合所得数据的插值结果与地面离散数据的对比结果(单位: 10^{-5}ms^{-2})Tab. 1 Comparison between data of LSC fusion and ground discrete data (unit: 10^{-5}ms^{-2})

	方法		
	最小二乘总体配置	多分辨率最小二乘配置	最小二乘配置
差值最大值	16.215 3	7.194 0	
差值最小值	-5.349 9	-13.138 5	
差值平均值	7.811 0	1.221 5	
RMS	8.428 6	3.570 4	

图 7 点质量模型融合所得数据插的值结果与地面离散数据的差值(单位: 10^{-5}ms^{-2})Fig. 7 Difference between interpolation result of point mass fusion and ground discrete data (unit: 10^{-5}ms^{-2})表 2 点质量模型融合所得数据的插值结果与地面离散数据的对比结果(单位: 10^{-5}ms^{-2})Tab. 2 Comparison between data of point mass model fusion and ground discrete data (unit: 10^{-5}ms^{-2})

方法	差值最大值	差值最小值	差值平均值	均方根
不含空中数据的三层点质量模型	8.291 3	-14.423 7	4.134 7	5.593 9
包含空中数据的四层点质量模型	10.430 6	-9.604 4	3.645 9	4.627 3

表 3 EGM2008 模型截断误差对点质量模型融合结果的影响(单位: 10^{-5}ms^{-2})Tab. 3 Effects of the EGM2008 truncation error on the fusion result of point mass model (unit: 10^{-5}ms^{-2})

采用的模型阶数	差值最大值	差值最小值	差值平均值	均方根
36	10.430 6	-9.604 4	3.645 9	4.627 3
120	10.430 9	-9.604 0	3.646 3	4.627 6
1800	10.431 2	-9.610 3	3.642 9	4.625 2

4.3 病态性分析

为了检验实验方法解的稳定性与可靠性, 需分析法方程的制约性(表 4)。

法方程的制约性是指法方程的解对法方程系数矩阵和自由项向量的微小扰动(如舍入误差)的敏感程度。若微小的扰动引起解的变化较大则法方程

制约性差、病态; 反之则法方程制约性好、良态。统计应用中的经验认为: 当条件数 < 100 时, 没有复共线性; 当 $100 < \text{条件数} < 1000$ 时, 存在中等程度或较强程度的复共线性; 当条件数 > 1000 时, 存在严重的复共线性, 存在病态^[13]。

从表 4 容易看出, 最小二乘总体配置的病态性

最严重,多分辨率最小二乘配置次之,较最小二乘总体配置有很大改善,点质量模型则不存在病态。而矩阵病态性越严重,对其求逆就越不稳定,从而得到

的解就越不可靠。总之,点质量模型的法方程的制约性要明显好于最小二乘配置,可以有效解决最小二乘配置存在的病态问题。

表4 各种实验方法的系数矩阵的病态性分析

Tab. 4 III-conditioning analysis on coefficient matrix of every experimental methods

实验方法	最小二乘总体配置	多分辨率最小二乘配置	点质量模型(各层点质量系数矩阵A)			
	(协方差 C_u)	(协方差 C_u)	2'	5'	20'	1°
条件数	129140	5847.6	124.364 7	27.651 1	25.381 0	11.108 2

5 结论

通过实验得知,最小二乘配置与基于逐级余差思想的点质量模型都可以有效地融合多源重力数据。从精度上分析,多分辨率最小二乘配置的精度要明显优于最小二乘总体配置,加入空中数据的四层点质量模型精度高于仅由地面数据建立的三层点质量模型。从病态性分析来看,最小二乘配置存在较为严重的病态性问题,而点质量模型的各层系数矩阵都是良态的,即点质量模型方法具有良好的抗拒病态性干扰的能力。

参 考 文 献

- 1 汪海洪. 小波多尺度分析在地球重力场中的应用研究 [D]. 武汉大学, 2005. (Wang Haihong. Research on applications of wavelet multiscale analysis in the earth's gravity field [D]. Wuhan University, 2005)
- 2 邓凯亮. 海域多源重力数据的处理、融合及应用研究 [D]. 大连舰艇学院, 2011. (Deng Kailiang. Research on the procession, combination and application of the multi-source gravity data on the sea [D]. Dalian Naval Academy, 2011)
- 3 翟振和. 陆海交界区域多源重力数据的融合处理方法研究 [D]. 信息工程大学, 2009. (Zhai Zhenhe. A study of the fusion algorithms of multi-source gravity data in coastal areas [D]. Information Engineering University, 2009)
- 4 Sadiq Muhammad, Tscherning C C and Ahmad Zulfi qar. Regional gravity field model in Pakistan area from the combination of CHAMP, GRACE and ground data using least squares collocation: a case study [J]. Advances in Space Research, 2010, 46: 1 466 – 1 476.
- 5 成怡. 多源海洋重力数据融合技术研究 [D]. 哈尔滨工程大学, 2008. (Cheng Yi. A study on heterogeneous marine gravity data combination technology [D]. Harbin Engineering University, 2008)
- 6 李照稳, 等. 顾及频谱特性组合点质量模型的建立 [J]. 测绘学院学报, 2004, 21(3): 166 – 168. (Li Zhaowen, et al. Establishment of the combined point mass model considering spectrum characteristic [J]. Journal of Zhengzhou Institute of Surveying and Mapping, 2004, 21(3): 166 – 168)
- 7 王建强, 等. 重力三层点质量模型的构造与分析 [J]. 测绘学报, 2010, (5): 503 – 507. (Wang Jianqiang, et al. The construction and analysis for three-tier point mass model of gravity [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2010, (5): 503 – 507)
- 8 王庆宾, 等. 利用高精度地面及航空重力数据对点质量模型精度的研究 [J]. 大地测量与地球动力学, 2011, (4): 76 – 79. (Wang Qingbin, et al. Research on accuracy of point mass model using Australian ground and airborne gravity data [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2011, (4): 76 – 79)
- 9 吴晓平. 局部重力场的点质量模型 [J]. 测绘学报, 1984, 13(4): 249 – 258. (The point mass model of local gravity field [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 1984, 13(4): 249 – 258)
- 10 刘晓刚, 等. 点质量模型和单层密度模型计算弹道扰动引力的比较 [J]. 信息工程大学学报, 2010, 11(2): 160 – 165. (Liu Xiaogang, et al. Comparison of point-mass model with monolayer density model for trajectory disturbing gravity calculation [J]. Journal of Information Engineering University, 2010, 11(2): 160 – 165)
- 11 张皞, 吴晓平, 赵东明. 点质量模型计算弹道扰动引力的快速替代算法 [J]. 测绘科学技术学报, 2007, 24(4): 287 – 290. (Zhang Hao, Wu Xiaoping and Zhao Dongming. Substitute algorithm of fast computing of trajectory disturbing gravity with point-mass model [J]. Journal of Zhengzhou Institute of Surveying and Mapping, 2007, 24(4): 287 – 290)
- 12 周世昌, 王庆宾, 朱雷鸣. 局部扰动引力逼近的改进虚拟压缩恢复法研究 [J]. 大地测量与地球动力学, 2009, (1): 88 – 90. (Zhou Shichang, Wang Qingbin and Zhu Leming. Research of improved fictitious compress recovery approach for approximating locally disturbing gravity [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2009, (1): 88 – 90)
- 13 陆仲连. 地球重力场理论和方法 [M]. 北京: 解放军出版社, 1996. (Lu Zhonglian. Theory and method of earth's gravity [M]. Beijing: PLA Press, 1996)