

# 顾及垂线偏差的对流层改正对精密单点定位解的影响<sup>\* 1</sup>

楼楠 程广义 张建东 朱璇 于亮  
(西安测绘总站,西安 710054)

**摘 要** 对卫星高度角计算的基准问题进行分析,研究测站点垂线偏差在 GPS 测量中对卫星高度角和对流层改正的影响,并分别进行精密单点定位解算,发现其对最终点位解的影响不应忽略。

**关键词** 垂线偏差;对流层改正;精密单点定位;全球导航卫星系统;卫星高度角

**中图分类号:**P227 **文献标识码:**A

## INFLUENCE OF TROPOSPHERIC REFRACTION CORRECTIONS ON PRECISE POINT POSITIONING CONSIDERING VERTICAL DEFLECTION

Lou Nan, Cheng Guangyi, Zhang Jiandong, Zhu Xuan and Yu Liang

(Xi'an Division of Surveying and Mapping, Xi'an 710054)

**Abstract** The altitude angle of satellite is analyzed, and the influence of vertical deflections on altitude angle of satellite and tropospheric refraction corrections for GPS surveying is researched. The coordinates of stations are calculated using precise point positioning mode. The result shows that the influence of vertical deflection on station coordinate cannot be ignored.

**Key words:** vertical deflection; tropospheric refraction corrections; precise point positioning; global navigation satellite system; altitude angle of satellite

## 1 引言

对流层的延迟影响是 GPS 定位中不可忽略的误差源。通常,对流层延迟改正研究主要集中在模型和参数方面。已有学者对模型的改进和参数的估计方法做了不少有益研究,比如通常采用的随机游走方法估计模型参数<sup>[1,2]</sup>。Abdel-salam<sup>[3]</sup>研究了不同运动状态下的载体定位情况,讨论影响精密单点定位收敛速度的对流层模型、模糊度两个因素,并将精密单点定位应用于大气监测方面。文献[4,5]研究了采用区域对流层模型估计测站对流层延迟。但对于卫星高度角的计算基准及其对点位解算的影响并无太多研究,所以本文将探讨计算卫星高度角所采用垂线基准和法线基准的差别,不同基准下由高度角计算的对流层改正大小差异及不同改正对最终

点位解的影响。

## 2 精密单点定位观测模型与高度角垂线偏差改正

### 2.1 GPS 单点定位观测量方程

双频 GPS 接收机可同时获得 L1 和 L2 载波的相位观测量,其观测方程为:

$$P_i^j = \rho^j - c\delta t + c\delta t^j + \lambda_i N_i^j - \Delta_i^{\text{lono}j} + \Delta_i^{\text{Trop}j} + \varepsilon_i^j \quad (1)$$

其中,  $\rho^j = \sqrt{(x - X^j)^2 + (y - Y^j)^2 + (z - Z^j)^2}$ ,  $i$  表示不同频率的载波  $Li (i = 1, 2)$ ,  $j$  表示不同卫星,  $P_i^j$  表示相位观测量,  $\rho^j$  为接收机到卫星的几何距离,  $x, y, z$  为接收机位置,  $X^j, Y^j, Z^j$  为卫星位置,  $\lambda_i$  为载波波长,  $N_i^j$  为整周模糊度周数,  $\Delta_i^{\text{lono}j}$  为电离层延迟,  $\Delta_i^{\text{Trop}j}$

\* 收稿日期:2013-03-08

作者简介:楼楠,男,硕士,工程师,主要从事卫星大地测量的研究. E-mail: dizixuezh@163.com

为对流层延迟,  $\varepsilon_i^j$  为观测噪声。

2.2 垂线偏差改正

通常, GPS 观测是基于测量点的垂线实施的, 因此在做数据处理时应考虑垂线偏差的影响。卫星相对于测站的高度角是站心坐标系中接收机天线相位中心与卫星天线相位中心之连线同接收机天线所在平面的夹角。当所在平面是以测站点的法线为基准时, 所得高度角是法线基准下的高度角。由于地球表面不规则, 并且内部质量分布不均匀, 在实施 GPS 观测时所依据的垂线指向与该点的法线指向往往不同, 存在偏差。因此, 法线基准下天线的平面与垂线基准下天线的平面就不在同一平面, 而存在一定的倾斜角度。在对流层模型改正时应该考虑这两种情况下高度角的差异及对流层改正的不同。

站心坐标系下空间直角坐标与极坐标之间的关系为:

$$\begin{cases} r_H = (X_H^2 + Y_H^2 + Z_H^2)^{1/2} \\ A_H = \tan^{-1} \frac{Y_H}{X_H} \\ E_H = \tan^{-1} \frac{Z_H}{(X_H^2 + Y_H^2)^{1/2}} \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $X_H$ 、 $Y_H$ 、 $Z_H$  为站心坐标系中观测目标的坐标,  $r_H$  为测站点至观测目标的距离,  $A_H$  为观测目标的方位角,  $E_H$  为观测目标的垂直角。在站心空间直角坐标系中, 已知卫星的瞬时坐标, 利用式(2)便可以计算卫星在站心极坐标系中的瞬时位置, 即其与观测站之间的瞬时距离、方位角和高度角。

该站心坐标系是以测站点的法线为基准建立的。如果希望得到以测站的垂线为基准的相应量, 则要顾及测站点垂线偏差的影响。假设以测站的垂线为基准, 目标的方位角和垂直角分别为  $\alpha_H$  和  $\beta_H$ , 则有:

$$\begin{cases} \alpha_H = A_H + (\xi \sin \alpha_H - \eta \cos \alpha_H) \tan E_H + \eta \tan B_0 \\ \beta_H = E_H + (\xi \cos \alpha_H + \eta \sin \alpha_H) \end{cases} \quad (3)$$

式中, 下标  $\sigma H$  表示站心坐标系,  $\xi$ 、 $\eta$  为观测站的垂线偏差子午圈分量、卯酉圈分量。

2.3 对流层延迟精确改正模型

精密定位中对流层延迟经常采用 Saastamoinen 模型。Saastamoinen 模型通过考虑两项改正得到精化: 一个是与测站高有关的改正, 另一个是既与测站高有关也与高度角有关的改正。其公式为<sup>[6,7]</sup>:

$$\Delta^{\text{Trop}} = \delta R + \frac{0.002\,277}{\sin E_H} W(\varphi H) \left[ P_s + \left( \frac{1}{T_s} + 0.05 \right) e_s - \frac{B}{\tan^2 E_H} \right] \quad (4)$$

其中,  $W(\varphi H) = (1 + 0.002\,6 \cos 2\varphi + 0.000\,28 h_s)$ ,  $E_H$  为卫星高度角,  $P_s$  为大气压,  $T_s$  为温度,  $e_s$  为局

部水汽压力,  $\varphi$  为测站的纬度,  $h_s$  为测站高程, 改正项  $B$  是  $h_s$  的列表函数,  $\delta R$  是  $E_H$  和  $h_s$  的列表函数, 改正项  $B$ 、 $\delta R$  可由相应表内插得到。

3 实例计算检验与分析

选取某一测站点 XNP1 的观测数据, 观察相同历元间隔, 顾及垂线偏差对不同高度角卫星的对流层改正情况。表 1~3 分别为该测站点法线基准与垂线基准下对不同高度角卫星的对流层改正值  $\Delta^{\text{Trop}}$ 。

表 1 XNP1 点 15 秒历元间隔对 61°高度角的对流层改正  
Tab. 1 Tropospheric correction in 15 seconds interval for 61° altitude angle of satellite on XNP1

序号	法线基准		垂线基准	
	$E_H$ (° ' ")	$\Delta^{\text{Trop}}$ (m)	$E_H$ (° ' ")	$\Delta^{\text{Trop}}$ (m)
1	610 125.7	2.636 6	610 134.8	2.636 5
2	610 550.9	2.634 7	610 559.9	2.634 6
3	611 015.8	2.632 8	611 024.8	2.632 8
4	611 440.5	2.631 0	611 449.5	2.630 9
5	611 905.1	2.629 1	611 913.9	2.629 1
6	612 329.4	2.627 3	612 338.2	2.627 2
7	612 753.4	2.625 5	612 802.2	2.625 4
8	613 217.3	2.623 7	613 226.0	2.623 6

表 2 XNP1 点 15 秒历元间隔对 30°高度角的对流层改正  
Tab. 2 Tropospheric correction in 15 seconds interval for 30° altitude angle of satellite on XNP1

序号	法线基准		垂线基准	
	$E_H$ (° ' ")	$\Delta^{\text{Trop}}$ (m)	$E_H$ (° ' ")	$\Delta^{\text{Trop}}$ (m)
1	300 007.8	4.601 3	300 003.6	4.601 5
2	300 459.3	4.590 1	300 455.0	4.590 3
3	300 950.5	4.579 1	300 946.2	4.579 2
4	301 441.5	4.568 1	301 437.2	4.568 2
5	301 932.2	4.557 1	301 927.9	4.557 3
6	302 422.7	4.546 3	302 418.3	4.546 4
7	302 912.9	4.535 5	302 908.5	4.535 6
8	303 402.8	4.524 8	303 358.4	4.524 9

从表中数据可以看出, 相同历元间隔下, 高度角大的卫星, 两基准间的对流层改正相差较小。高度角小的卫星, 两基准间的对流层改正相差较大。这是因为, 大高度角时, 对流层改正量不大, 改正变动平缓, 不同基准间的计算数值差异不大。当高度角不断降低时, 对流层改正量显著变大, 改正变动加大, 不同基准间的计算数值差异比较显著。

表 3 XNP1 点 15 秒历元间隔对 12°高度角的对流层改正

Tab.3 Tropospheric correction in 15 seconds interval for 12° altitude angle of satellite on XNP1

序号	法线基准		垂线基准	
	$E_H$	$\Delta^{\text{Trop}}$	$E_H$	$\Delta^{\text{Trop}}$
	(° ' ")	(m)	(° ' ")	(m)
1	122 953.2	7.935 8	123 008.5	7.926 4
2	1226 07.7	8.077 3	122 623.0	8.067 8
3	122 221.7	8.218 9	122 237.0	8.209 4
4	121 835.1	8.360 8	121 8 50.4	8.351 2
5	121 448.1	8.502 9	121 503.4	8.493 3
6	121 100.6	8.645 1	121 115.9	8.635 5
7	120 712.7	8.787 6	120 727.9	8.777 9
8	120 324.2	8.930 1	120 339.5	8.920 5

观察不同历元间隔时,两基准下,对同一卫星观测测量的对流层改正值。还以 XNP1 点数据为例,在表 4~6 分别为以 5、15、30 秒为历元间隔的对流层改正值。

表 4 XNP1 点 5 秒历元间隔对 18°高度角的对流层改正

Tab.4 Tropospheric correction in 5 seconds interval for 18° altitude angle of satellite on XNP1

序号	法线基准		垂线基准	
	$E_H$	$\Delta^{\text{Trop}}$	$E_H$	$\Delta^{\text{Trop}}$
	(° ' ")	(m)	(° ' ")	(m)
1	180 040.3	5.818 5	180 041.0	5.818 4
2	180 135.1	5.809 1	180 135.7	5.809 0
3	180 229.7	5.799 7	180 230.4	5.799 7
4	180 324.3	5.790 3	180 324.9	5.790 3
5	180 418.8	5.780 9	180 419.4	5.780 9
6	180 513.2	5.771 5	180 513.8	5.771 5
7	180 607.5	5.762 1	180 608.1	5.762 0
8	180 701.7	5.752 7	180 702.4	5.752 6

从表中数据可看出,同一历元下,不同基准间对流层改正值的差异与卫星高度角的大小有关。当卫星较低时,差异会比较明显。不同历元间隔时,历元间隔小,历元间对流层改正差异也小;当历元间隔增大,对流层改正差异也随之增大。

为观察垂线偏差对精密单点定位解的影响,在华北、西北、西南、西藏地区各选 2 个测站点(分别记为 HBP1、HBP2、XBP1、XBP2、XNP1、XNP2、XZP1、XZP2)进行定位解算。表 7 为各测站的垂线偏差子午圈分量  $\xi$  和卯西圈分量  $\eta$ ,法线基准下单点定位解与垂线基准下单点定位解的差值, $\Delta X$ 、 $\Delta Y$ 、 $\Delta Z$  为直角坐标分量差。

从表 7 可知,垂线偏差小的站,两种基准间所得坐标解的差值较小;而垂线偏差较大的站,两种基准间所得坐标解的差值也较大。结合表 1~3 可得,尽管不同基准同一历元下高度角的差异不大,单纯从对流层改正量来看不同基准间的差别较小,但由于

表 5 XNP1 点 15 秒历元间隔对 18°高度角的对流层改正

Tab.5 Tropospheric correction in 15 seconds interval for 18° altitude angle of satellite on XNP1

序号	法线基准		垂线基准	
	$E_H$	$\Delta^{\text{Trop}}$	$E_H$	$\Delta^{\text{Trop}}$
	(° ' ")	(m)	(° ' ")	(m)
1	180 040.3	5.818 5	180 041.0	5.818 4
2	180 324.3	5.790 3	180 324.9	5.790 3
3	180 607.5	5.762 1	180 608.1	5.762 0
4	180 850.0	5.733 9	180 850.7	5.733 8
5	181 131.8	5.705 5	181 132.4	5.705 4
6	181 412.9	5.677 1	181 413.5	5.677 0
7	181 653.3	5.648 7	181 653.9	5.648 6
8	181 932.9	5.620 2	181 933.5	5.620 1

表 6 XNP1 点 30 秒历元间隔对 18°高度角的对流层改正

Tab.6 Tropospheric correction in 30 seconds interval for 18° altitude angle of satellite on XNP1

序号	法线基准		垂线基准	
	$E_H$	$\Delta^{\text{Trop}}$	$E_H$	$\Delta^{\text{Trop}}$
	(° ' ")	(m)	(° ' ")	(m)
1	180 040.3	5.818 5	180 041.0	5.818 4
2	180 607.5	5.762 1	180 608.1	5.762 0
3	181 131.8	5.705 5	181 132.4	5.705 4
4	181 653.3	5.648 7	181 653.9	5.648 6
5	182 211.9	5.591 6	182 212.5	5.591 5
6	182 727.6	5.534 3	182 728.2	5.534 2
7	183 240.5	5.476 9	183 241.0	5.476 8
8	183 750.4	5.419 2	183 750.9	5.419 1

表 7 不同基准下精密单点定位坐标解间差值

Tab.7 Coordinate bias of precise point positioning between two datums

点名	$\xi$ (")	$\eta$ (")	$\Delta X$ (m)	$\Delta Y$ (m)	$\Delta Z$ (m)
HBP1	7.3	5.0	0.014 5	0.007 6	0.003 4
HBP2	-0.4	-7.1	-0.007 8	0.001 0	-0.001 0
XBP1	-8.8	1.3	-0.011 4	-0.019 7	-0.009 2
XBP2	10.3	-11.4	0.005 4	-0.001 7	-0.001 3
XNP1	0.5	-7.5	0.004 6	0.004 8	0.001 7
XNP2	6.5	3.9	-0.004 8	-0.001 2	-0.000 4
XZP1	17.5	-11.6	-0.021 2	0.011 0	0.013 1
XZP2	3.0	13.7	-0.061 6	0.045 4	0.030 5

多历元的观测积累,其对点位坐标的解算仍会产生影响。从表7可知,其对点位结果的影响在厘米量级。分析垂线偏差对XZP2点解算影响较大的原因在于,该点本身垂线偏差较大,且观测卫星中有数颗卫星的高度角在十几度,卫星空间几何结构不佳。结果说明,当观测中有多颗低高度角卫星,观测卫星的空间分布不理想,垂线偏差对对流层改正产生的影响大,对点位解算结果的影响会更显著。因为法线基准与垂线基准不同而产生的模型改正项差异对最终精密单点定位的坐标解是有影响的,影响程度随具体测站点的垂线偏差值的不同而不同,同时也与观测卫星的几何分布情况有关。在精密单点定位时,为了达到厘米级精度的解算成果,垂线偏差的影响应该考虑。

4 结束语

理论分析和实验结果说明,进行精密单点定位时,对于对流层改正应该考虑不同基准间的差异对最终点位解算产生的影响,因此在做数据计算时需要正确理解两种基准间的差异,并对对流层延迟进行正确改正。在对其他全球卫星导航系统处理类似问题时也应注意该问题。

参 考 文 献

1 叶世榕,张双成,刘经南.精密单点定位方法估计对流层

延迟精度分析[J]. 武汉大学学报,2008,33(8):788-791. (Ye Shirong, Zhang Shuangcheng and Liu Jingnan. Analysis of tropospheric delay estimation using precise point positioning method[J]. Journal of Wuhan University, 2008, 33(8):788-791)

2 许承权. 单频 GPS 精密单点定位算法研究与程序实现[D]. 武汉大学,2008. (Xu Chengquan. Arithmetic and programming of GPS precise point positioning based on single-frequency carrier[D]. Wuhan University, 2008)

3 Abdel-salam M. Precise point positioning using an-differenced code and carder phase observations[D]. Canada:The University of Calgary, 2005.

4 Thomas Hobiger, et al. Ray-traced troposphere slant delays for precise point positioning[J]. Earth Planets Space, 2008, 60:1-4.

5 包海. GPS 精密单点定位中对流层延迟改正模型的研究与分析[D]. 中南大学,2008. (Bao Hai. Research and analysis of tropospheric delay correction model of GPS precise point positioning[D]. Central South University, 2008)

6 李征航,黄劲松. GPS 测量与数据处理[M]. 武汉:武汉大学出版社,2005. (Li Zhenghang and Huang Jinsong. GPS surveying and data processing[M]. Wuhan:Wuhan University Press, 2005)

7 周忠谟,易杰军,周琪. GPS 卫星测量原理与应用[M]. 北京:测绘出版社,2004. (Zhou Zhongmo, Yi Jiejun and Zhou Qi. GPS satellite surveying theory and application[M]. Beijing:Publishing House Surveying and Mapping, 2004)

(上接第95页)

13 林洪桦. 现代测量误差分析及数据处理[J]. 计量技术, 1997, (2):39-44. (Lin Honghua. Modern surveying error analysis and data processing[J]. Measurement Technique, 1997, 2: 39-44)

14 陈丽英. 略论信息论在误差理论中的应用[J]. 长春邮电学院学报, 1999, (2):37-40. (Chen Liying. Applications of information theory in error measurement[J]. Journal of ChangchunPost and Telecommunication Institute, 1999, 2:37-40)

15 蓝悦明,王楠. GPS 观测值误差分布的研究[J]. 测绘通报, 2011, (2):6-7, 13. (Lan Yue ming and Wang Nan. The study of probability density function for GPS RTK observations[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2011, 2:6-7, 13)

16 孙海燕,潘雄. 一元 P-范分布的参数估计[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2003, 28(5):551-554. (Sun Haiy-

an and Pan Xiong. Parameter estimation of the mondic p-norm distribution[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2003, 28(5):551-554)

17 李大军,等. 未知分布误差的熵不确定度[J]. 测绘通报, 2002, (12):5-7. (Li Dajun, et al. Entropy uncertainty of unknown distribution error[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2002, 12:5-7)

18 游扬声,马力,刘星. 误差熵的估计问题研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2008, 33(7):748-751. (You Yangsheng, Ma Li and Liu Xing. On estimation of error entropy[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2008, 33(7):748-751)

19 武汉大学测绘学院测量平差学科组. 误差理论与测量平差基础[M]. 武汉:武汉大学出版社, 2003. (Surveying Adjustment Subject Group of Wuhan University. Error theory and surveying adjustment[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2003)