

# 基于 ARIMA 与 ANN 组合模型的卫星钟差预报方法<sup>\* 1</sup>

刘继业 陈西宏 薛伦生 刘 强

(空军工程大学防空反导学院,西安 710051)

**摘 要** 针对导航卫星短期钟差预报精度不高和稳定度差的问题,提出基于 ARIMA 与 ANN 组合模型的卫星钟差预报方法,结合 ARIMA 模型和 ANN 模型的优点,将两者进行变权组合。为提高预报精度,神经网络采用附加动量项修改神经权值,变权组合采用序列相对贴度法修改不同模型的权值。选取 IGS 产品中四颗典型卫星的钟差数据,分别采用 ARIMA 模型、ANN 模型和变权组合模型进行短期钟差预测,计算结果表明变权组合模型的预报精度优于其他两种模型,尤其是在铷钟方面,预报误差减小了 50%。

**关键词** 卫星钟差;ARIMA 模型;ANN 模型;变权组合;序列相对贴度

**中图分类号**:P228

**文献标志码**:A

## A COMBINED ARIMA AND ANN METHOD FOR PREDICTION OF SATELLITE CLOCK ERROR

Liu Jiye, Chen Xihong, Xue Lunsheng and Liu Qiang

(Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051)

**Abstract** Aiming at the poor performance of short term prediction of navigation satellite clock error, a variable weight combined ARIMA and ANN method is proposed, which combines the virtues of ARIMA and ANN. To improve the accuracy of prediction, an additional momentum term is used to modify the weight of the neural network and a sequence relative nearness degree is used to modify the weight of models. The clock data of 4 typical GPS satellites are chosen and respectively used in ARIMA, ANN and variable weight combination models to forecast short term clock error. The results show that the accuracy of variable weight combination model is superior to the other models, especially in the field of rubidium clock, the error of which is half of the other models.

**Key words**: satellite clock error; ARIMA; ANN; variable weight combination; sequence relative nearness degree

## 1 引言

卫星导航系统的时间同步与否直接影响系统导航、定位和授时精度<sup>[1-4]</sup>。为尽可能提高时间同步的精度,卫星钟定期与地面系统标准时钟进行比对,以给出各卫星钟在比对时刻相对标准钟的钟差和钟速修正参数。但卫星在空间轨道上飞行,不能连续进行与地面时间基准的比对,为得到连续的卫星钟差结果,必须对卫星钟差进行高精度预报<sup>[4]</sup>。

现有多种方法可以进行卫星钟差预报,如二次

多项式模型根据钟差数据之间的线性关系进行建模预报,误差积累效应明显,长期预报精度很低;灰色模型长期预报有较好的精度,但短期预报不稳定<sup>[1-3]</sup>。

神经网络模型具有良好的非线性信息处理能力、大量的并行分布结构以及学习和归纳能力,但处理线性信息能力较弱。ARIMA 模型是基于差分的 ARMA 模型,具有很好的线性处理能力,但处理非线性能力较弱。本文结合两者的优点,提出了一种基于 ARIMA 和神经网络结合的变权组合模型来预测

\* 收稿日期:2013-01-07

作者简介:刘继业,男,硕士研究生,主要研究方向为高精度时间同步技术。E-mail: liujiye899@163.com

钟差序列,该模型将具有线性预测能力的 ARIMA 模型和具有非线性能力的神经网络模型经过变权组合,不仅可以通过 ARIMA 模型有效捕捉到序列间的相关性,还能通过神经网络模型来弥补 ARIMA 模型所无法刻画的序列非线性关系,从而对卫星钟差做出精确的预测。

## 2 钟差预报模型

### 2.1 ARIMA 模型

ARIMA 模型是差分运算与 ARMA 模型的组合。实际上,高精度的钟差数据序列往往表现出增加或减小的趋势特征,是非平稳时间序列(图 1),不满足 ARMA 模型对时间序列的平稳性要求,必须对其取差分。基于差分后的数据序列建立的模型称为 ARIMA 模型,记为  $ARIMA(p, d, q)$ ,其中  $p, q$  称为模型的阶数,  $d$  表示差分的次数。当  $d$  为 0 时, ARIMA 模型即为 ARMA 模型,其定义为:

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \cdots + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (1)$$

其中,  $x_i (i = 1, 2, \cdots, t)$  为钟差数据序列,  $\phi_i (i = 1, 2, \cdots, p)$  和  $\theta_i (i = 1, 2, \cdots, q)$  分别是自回归系数和滑移平均系数,  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_x^2)$ , 为白噪声序列,  $\sigma_x^2$  为白噪声方差。

样本自相关系数根据

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2}, \forall 0 < k < n \quad (2)$$

确定。式中  $\hat{\rho}_k$  为自相关系数,  $\bar{x}$  为钟差数据序列的平均值。

根据 Cramer 法则解 Yule-Walker 方程, 样本偏自相关系数为:

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{\hat{D}_k}{\hat{D}}, \forall 0 < k < n \quad (3)$$

$$\text{式中, } \hat{D} = \begin{vmatrix} 1 & \hat{\rho}_1 & \cdots & \hat{\rho}_{k-1} \\ \hat{\rho}_1 & 1 & \cdots & \hat{\rho}_{k-2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \hat{\rho}_{k-1} & \hat{\rho}_{k-2} & \cdots & 1 \end{vmatrix}, \hat{D}_k =$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \hat{\rho}_1 & \cdots & \hat{\rho}_{k-2} & \hat{\rho}_1 \\ \hat{\rho}_1 & 1 & \cdots & \hat{\rho}_{k-3} & \hat{\rho}_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \hat{\rho}_{k-2} & \hat{\rho}_{k-3} & \cdots & 1 & \hat{\rho}_{k-1} \\ \hat{\rho}_{k-1} & \hat{\rho}_{k-2} & \cdots & \hat{\rho}_1 & \hat{\rho}_k \end{vmatrix}$$

是把  $\hat{D}$  中第  $k$  个列向量换

$$\text{成} \begin{bmatrix} \hat{\rho}_1 \\ \hat{\rho}_2 \\ \vdots \\ \hat{\rho}_k \end{bmatrix}, \hat{\phi}_{kk} \text{ 是偏自相关系数。}$$

要对 ARIMA 模型进行建模,首先必须进行模型的模式识别。本文采用改进后的 SBC 准则进行模型的模式识别<sup>[5]</sup>。

SBC 准则函数式为:

$$SBC = n \ln(\hat{\sigma}^2) + \ln(n)(p + q + 1) \quad (4)$$

式中,  $n$  为数据样本数,  $\hat{\sigma}^2$  为数据样本的方差。

在模型识别完成以后,需要对模型中的参数进行估计,本文采用最小二乘估计。即通过迭代法,使

$$Q(\beta) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \phi_1 x_{i-1} - \cdots - \phi_p x_{i-p} - \theta_1 \varepsilon_{i-1} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{i-q})^2 \quad (5)$$

达到最小值的估计值。

### 2.2 神经网络模型

为改善 BP 算法的有效性,提高学习速度,避免陷入局部极小点和增强泛化能力,采用附加动量项。附加动量法使网络在修改其权值时,不仅考虑误差在梯度上的作用,而且考虑误差曲面上变化趋势的影响,在没有附加动量的作用下,网络可能陷入浅的局部极小值,而利用附加动量的作用则有可能滑过这些极小值。在引入动量项之后,网络连接权的迭代关系为:

$$w_{uv}(n+1) = w_{uv}(n) + \Delta w_{uv}(n+1) = w_{uv}(n) + \eta \sum_{p=1}^a \delta_u^p y_v^p + m_c \Delta w_{uv}(n) \quad (6)$$

其中,动量项  $m_c \Delta w_{uv}(n) = m_c [w_{uv}(n) - w_{uv}(n-1)]$ ,  $m_c$  为动量因子,一般取 0.9 左右。

训练样本采用钟差数据,依次将连续的 10 个钟差数据作为神经网络的一个输入数据,第 11 个数据作为神经网络的输出,按此方式进行滚动式的排列,形成神经网络的训练样本。选用 3 层结构 BP 神经网络:输入层,1 个隐藏层和输出层。输入点、隐含层节点和输出节点的个数分别为 10、12、1,网络隐含层函数为 purelin 函数。

### 2.3 变权组合模型<sup>[6]</sup>

设对同一预测问题,有  $n$  种预测方法,  $x_i (i = 1, 2, \cdots, n)$  为预测值,  $y_i (i = 1, 2, \cdots, n)$  为的实测值,  $w_i(t)$  为第  $i$  个预测模型加权系数,且满足  $\sum_{i=1}^n w_i(t) = 1 (i = 1, 2, \cdots, n)$ 。

定义趋势关联度为:

$$\alpha_{xy} = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} [(x_{t+1} - x_t)(y_{t+1} - y_t)]}{\sqrt{\sum_{t=1}^{n-1} (x_{t+1} - x_t)^2} \sqrt{\sum_{t=1}^{n-1} (y_{t+1} - y_t)^2}} \quad (7)$$

记预测误差  $\varepsilon_i = x_i - y_i, i = 1, 2, \cdots, n$ ; 设误差序列  $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n\}$  的一维概率密度函数为  $f(\varepsilon), \varepsilon \in (-\infty, +\infty)$ 。在区间  $[a, b]$  上定义  $\Delta$  尺度区间嫡:

$$\beta_\varepsilon(a, b, \Delta) = - \sum_{i=1}^N p_i \ln p_i \quad (8)$$

其中,  $p_i = \frac{\int_{a+(i+1)\Delta}^{\min(b,a+i\Delta)} f(\varepsilon) d\varepsilon}{\int_a^b f(\varepsilon) d\varepsilon}, N = \text{Int}\left[\frac{b-a}{\Delta}\right] + 1, \text{Int}$

表示取整数,  $\sum_{i=1}^N p_i = 1$ 。

定义  $\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$  相对于  $\{y_1, y_2, \cdots, y_n\}$  的相对贴近度为:

$$\gamma_{xy} = \frac{e^{\alpha_{xy}-1}}{\frac{\beta_{\varepsilon}(m_{\varepsilon}-3\sigma_{\varepsilon}, m_{\varepsilon}+3\sigma_{\varepsilon}, \sigma_{\varepsilon})}{1.442\ 6} \sigma_{\varepsilon}^2 + m_{\varepsilon}^2} \quad (9)$$

其中,  $m_{\varepsilon}$ 、 $\sigma_{\varepsilon}^2$  分别表示预测误差序列的均值和方差,  $\beta_{\varepsilon}(m_{\varepsilon}-3\sigma_{\varepsilon}, m_{\varepsilon}+3\sigma_{\varepsilon}, \sigma_{\varepsilon})$  是  $\varepsilon_i$  在区间  $[m_{\varepsilon}-3\sigma_{\varepsilon}, m_{\varepsilon}+3\sigma_{\varepsilon}]$  上的  $\Delta = \sigma_{\varepsilon}$  尺度区间熵,  $\beta_{\varepsilon}(m_{\varepsilon}-3\sigma_{\varepsilon}, m_{\varepsilon}+3\sigma_{\varepsilon}, \sigma_{\varepsilon})/1.442\ 6$  表示对正态分布进行归一化, 是  $\sigma_{\varepsilon}^2$  的奖惩因子,  $\sigma_y^2$  是实际样本序列的方差。

权值分配为:

$$\lambda_i = f(\gamma_{x_{iy}}) / \sum_{i=1}^K f(\gamma_{x_{iy}}) \quad (10)$$

函数  $f$  选用  $f(x) = x_{\circ}$

3 算例与分析

数据来自 IGS 官方网站,选取第 1692 周(2012 年 6 月 10—16 日)事后精密钟差数据。目前 GPS 共有四种类型卫星钟,为了便于比较,每种类型各取一颗,编号为 PG01(Block IIA 铷钟)、PG10(Block IIA 铯钟)、PG15(Block IIR-M 铷钟)和 PG28(Block IIR 铷钟)。

考虑到 ARIMA 和 ANN 都是短期钟差预测方法,本文主要进行了导航卫星的短期钟差预报。采用 2012 年 6 月 10 日 1 天的事后精密钟差数据,采样周期为  $\tau = 15$  分钟,共有 96 个数据,其中前 60 个数据用于 ARIMA 模型和 ANN 模型的建立,后 36 个数据用于变权组合模型中权值的确定。预报时长为 6 小时,采用 2012 年 6 月 11 日的精密钟差数据(精度小于 0.1 ns)作为真值,用于模型的检验。

钟差如图 1 所示,可以看出钟差序列有明显的增长或递减趋势,导致钟差序列不具备平稳性,需要将钟差时间序列转化为平稳序列。为此,对钟差时间序列做适当阶数差分运算。将钟差数据进行 1 次差分后的结果如图 2 所示,从图 3 和图 4 的自相关函数和偏自相关函数中可以看出序列的平稳性。由于篇幅有限,本文只列举了卫星 PG01 的差分图、自相关函数和偏自相关函数图,其他星载钟大体类似。

计算结果如图 5。比较结果可以得出:

1) 由于不同星载原子钟的特性不同,短期内钟差预报精度差别比较大,不论采用哪一种方法,卫星 PG15(图 5(c))和卫星 PG28(图 5(d))预报精度比较高,预报误差在 0.3 ns 内,卫星 PG10(图 5(b))

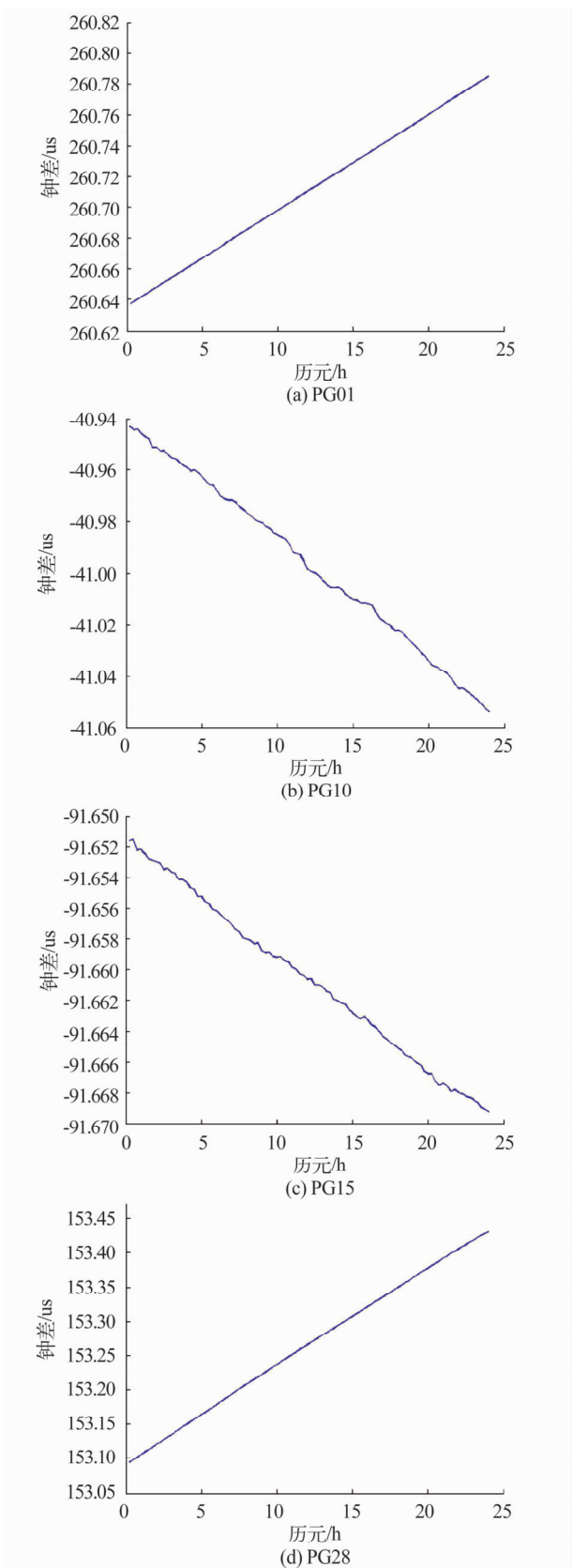


图 1 四种卫星的钟差

Fig. 1 Clock errors of four GPS satellites

精度最差,预报误差最大可达到 6 ns。

2) 由于误差积累效应,长期钟差预报中误差往往逐渐增大,本文没有出现预报误差急剧增大的现象。在预报误差较大的卫星 PG1(图 5(a))和卫星

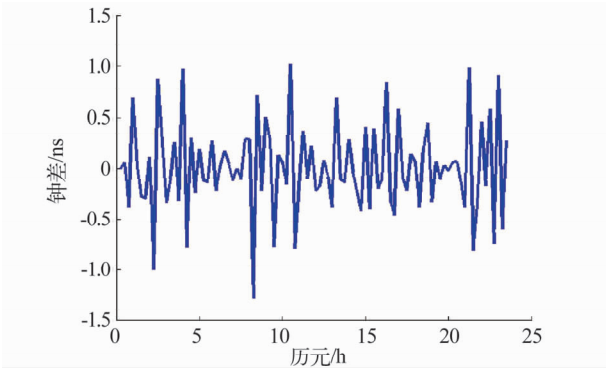


图2 PG01 号卫星 1 次差分后的钟差

Fig.2 Clock error of the PG01 satellite after the first difference

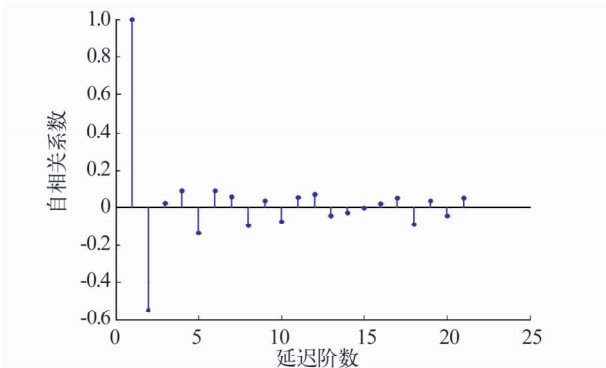


图3 PG01 号卫星 1 次差分后自相关函数

Fig.3 Autocorrelative function of the PG01 satellite after the first difference

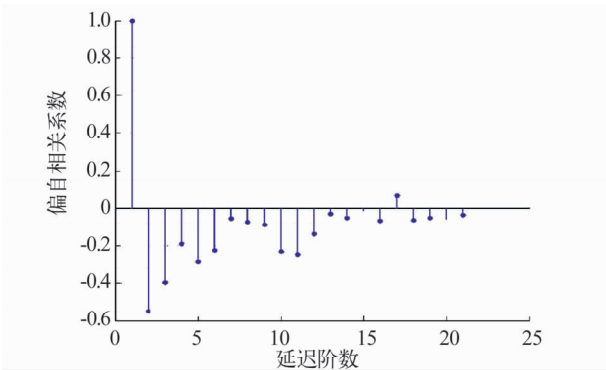


图4 PG01 号卫星 1 次差分后偏自相关函数

Fig.4 Partial autocorrelative function of the PG01 satellite after the first difference

PG10(图 5(b))中有缓慢的误差增大趋势,而在预报误差较小的卫星 PG15(图 5(c))和卫星 PG28(图 5(d))中误差增大趋势不明显。说明在短期钟差预报中,3 种方法误差积累效应不明显,预报精度比较高。

3)神经网络模型预报和 ARIMA 模型预报精度各有优劣,神经网络模型预报稳定度比 ARIMA 模型差,但具有良好的非线性逼近能力,能够弥补 ARIMA 模型非线性处理能力的不足。变权组合模型能够结合二者的优点,实时调节权系数,寻找最优组合

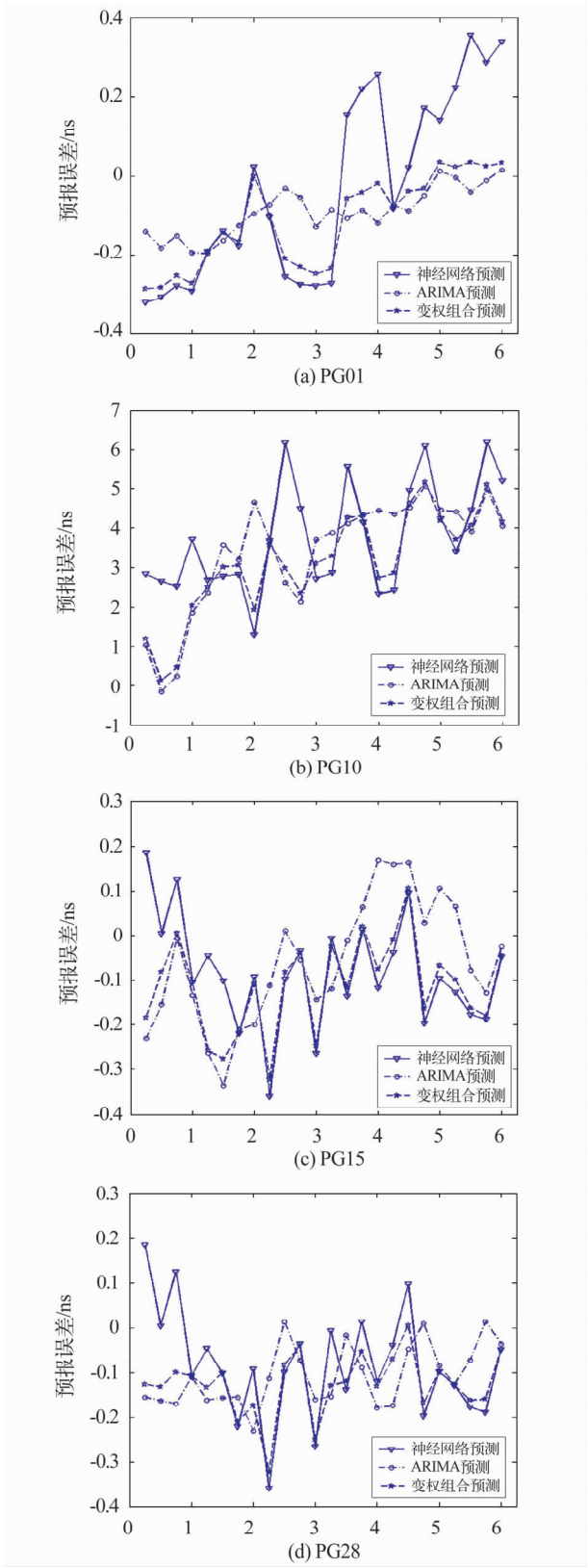


图5 四种卫星的预报误差

Fig.5 Prediction error of four GPS satellites

策略,预报精度和稳定度比单一方法好。

为了进一步精确比较各种算法的准确性,采用平均误差 (ME, Mean Error) 和均方根误差 (RMSE, Root Mean Square Error) 进行比较,即:

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - x_i)$$
$$RMSE = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - x_i)^2 \right]^{1/2}$$

(11)

式中, $n$  表示预测点个数, $x_i$  表示预测值, $y_i$  表示实际值。比较结果见表 1。

由表 1 可以看出,采用变权组合模型比单一 ARIMA 模型和神经网络模型预报精度高,尤其是在铷钟上,预报误差比单一模型减小了 50%,使短期预报误差小于 0.2 ns,能较准确地进行导航卫星短期钟差预报。计算结果证明,变权组合模型能提高铷钟的钟差预报精度,鉴于目前星载原子钟大部分是铷钟,其稳定性和精确性在导航卫星短期钟差预报中值得推广。

表 1 3 种模型的卫星钟差预报误差统计结果(单位:ns)  
Tab.1 Statistics for satellite clock error prediction of three models( unit: ns)

卫星编号		PG01	PG10	PG15	PG28
ARIMA	平均误差	-0.101 9	3.395 8	-0.114 7	-0.105 6
	均方根	0.169 0	3.682 3	0.207 5	0.187 0
神经网络	平均误差	-0.147 4	3.761 2	-0.120 2	-0.126 9
	均方根	0.297 5	3.995 0	0.229 6	0.216 3
变权组合	平均误差	-0.091 6	3.120 2	-0.103 9	-0.084 7
	均方根	0.108 9	2.577 8	0.122 9	0.112 8

4 结论

本文将具有良好线性处理能力的 ARIMA 模型和具有良好非线性处理能力的神经网络模型进行了变权组合。将附加动量项和序列相对贴适度方法引入到模型中,并进行了计算分析,结果表明,变权组合模型提高了铷钟短期钟差预报精度,预报误差比单一模型减小了 50 %。

参 考 文 献

1 张清华,隋立芬,牟忠凯. 基于小波与 ARMA 模型的卫星钟差预报方法[J]. 大地测量与地球动力学,2010, (6): 100 - 104. (Zhang Qinghua, Sui Lifen and Mou Zhongkai.

A GPS precise clock errors prediction model based on wavelet and ARMA[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2010, (6):100 - 104)

2 张斌,等. 一种小波与谱分析结合的 GPS 精密卫星钟差拟合方法研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2007, 32(8):715 - 718. (Zhang Bin, et al. Fitting method for GPS satellite clock errors using wavelet and spectrum analysis[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University,2007,32(8):715 - 718)

3 王继刚,等. 基于修正线性组合模型的原子钟钟差预报[J]. 天文学报,2011,52(1): 54 - 60. (Wang Jigang, et al. Modified linear combination model for atomic clock prediction[J]. Acta Astronomic Sinica, 2011,52(1): 54 - 60)

4 朱陵凤,等. 基于国产氢原子钟的钟差预报方法研究[J]. 大地测量与地球动力学, 2009, (1):149 - 151. (Zhu Lingfeng, et al . Research on methods for predicting clock error based on domestic hydrogen atomic clock [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2009, (1):149 - 151)

5 王燕. 应用时间序列分析[M]. 北京:中国人民大学出版社,2008. (Wang Yan. Time series analysis application [M]. Beijing:China Renmin University Press, 2008)

6 吕永乐,郎荣玲,谈展中. 基于“序列相对贴适度”的组合预测权值分配[J]. 北京航空航天大学学报,2009,35(12): 1 434 - 1 437. (Lv Yongle, Lang Rongling and Tan Zhazhong. Weight allocation of combination prediction based on sequence relative nearness degree[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautic,2009,35(12): 1 434 - 1 437)

7 Yuriy S Shmaliy. Linear unbiased prediction of clock errors [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2009,56(9): 2 027 - 2 029.

8 Ji Wu and Chee Keong Chan. Prediction of hourly solar radiation using a novel hybrid model of ARMA and TDNN[J]. Solar Energy, 2011,85: 808 - 817.

9 李征航,黄劲松. GPS 测量与数据处理[M]. 武汉:武汉大学出版社, 2010. (Li Zhenghang and Huang Jinsong. GPS surveying and data processing[M]. Wuhan: Wuhan University Press,2010)