

一种新的导航卫星钟差预报与内插方法^{* 1}

王宇谱 吕志平 陈正生 黄令勇
(信息工程大学地理空间信息学院,郑州 450052)

摘 要 在卫星钟差二次多项式模型的基础上,考虑钟差的随机性部分,利用最小二乘配置方法建立了钟差预报与内插的钟差推估最小二乘配置模型。对于该模型协方差函数的确定,通过选取经验函数,对比协方差函数拟合方法并结合实验得出了其协方差函数表达式中参数的合理取值范围。最后将该方法与常用的钟差预报算法和钟差内插算法进行比较,验证了该模型在钟差短期预报方面的有效性。

关键词 卫星钟差;最小二乘配置;协方差函数;预报;插值

中图分类号:P207;P228

文献标识码:A

A NEW METHOD OF NAVIGATION SATELLITE CLOCK BIAS PREDICTION AND INTERPOLATION

Wang Yupu, Lü Zhiping, Chen Zhengsheng and Huang Lingyong

(*Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, Zhengzhou 450052*)

Abstract On the basis of quadratic polynomial, the model of least-squares collocation to estimate satellite clock bias is established by considering the random part of satellite clock bias. To determine the covariance function of this model, the paper selects the empirical function and combines the experiments of clock bias data comparing to the covariance function fitting of least-squares collocation, then obtains reasonable value ranges of the parameter for the model's covariance function. Finally, the model is certified to have a good performance in the short-term prediction of clock bias and can be also served as a new interpolation method by comparing with common algorithms of clock bias prediction and interpolation.

Key words: satellite clock bias; least-squares collocation; covariance function; prediction; interpolation

1 引言

卫星导航系统中星载原子钟的钟差预报在优化导航电文中的钟差参数^[1]、满足实时动态精密单点定位的需求^[2]和提供卫星自主导航所需的先验信息^[3]方面具有重要的作用。同时,在实际导航定位应用中,不同的用户需要不同时间间隔采样率的钟差数据^[4]。因此,研究卫星钟差的预报和内插在卫星导航定位中具有实用价值。

针对卫星钟差预报的相关问题,近年来许多学者进行了大量的研究,并且取得了丰硕的成果^[5-8],其中二次多项式(QP)模型和灰色系统(GM(1,1))模型是常用的预报模型。QP模型具有物理意义明确、短期预报比较理想和计算简单等优点;GM(1,1)模型具有建模所需数据样本少、建模效率高等优点。在钟差数据插值方法的研究方面,这些年也有大量成果出现^[9-11],其中 Lagrange 模型和三次分段

* 收稿日期:2012-11-19

基金项目:国家自然科学基金(41274015);国家 863 计划项目(2013AA122501)

作者简介:王宇谱,男,1988 年生,硕士研究生,主要研究方向:测量数据处理方法与理论。E-mail: 987834660@qq.com

样条插值模型分别作为较为常用的和性能优越的模型被广泛使用。

本文在钟差二次多项式模型基础上,利用最小二乘配置(LSC)方法,考虑钟差随机性部分影响,建立了钟差内插及预报的钟差推估最小二乘配置模型,通过试验计算初步得出了该模型的协方差函数所具备的特点,并在预报模型上通过与QP模型和GM(1,1)模型进行对比,证明了该模型的有效性;在内插模型上通过与Lagrange插值和三次分段样条插对比,说明了该模型在钟差插值方面的适用性。

2 钟差推估最小二乘配置模型

2.1 LSC 模型

最小二乘配置的函数模型为^[12]

$$L = AX + BY + \Delta \quad (1)$$

式中, L 为 n 维观测向量, Δ 为观测误差, X 为 t 维非随机参数, A 为 $n \times t$ 阶设计矩阵, $rk(A) = t$, Y 为随机参数,包括 n 维已测点信号 S 和 g 维未测点信号 S' , I_n 是 n 阶单位阵, $B = [I_n \ 0]$, $Y = [S \ S']^T$ 。对应的随机模型为

$$E(\Delta) = 0, E(Y) = 0, \Sigma_{\Delta} = 0, \Sigma_{\Delta} = \sigma_0^2 Q_{\Delta} = \sigma_0^2 P_{\Delta}^{-1};$$

$$\Sigma_Y = \sigma_0^2 Q_Y = \sigma_0^2 P_Y^{-1} = \begin{bmatrix} \Sigma_S & \Sigma_{SS'} \\ \Sigma_{S'S} & \Sigma_{S'} \end{bmatrix}, \Sigma_{Y\Delta} = 0; \quad (2)$$

$$\Sigma_L = \Sigma_{\Delta} + B \Sigma_Y B^T = \Sigma_{\Delta} + \Sigma_S$$

通常情况下设 $\sigma_0^2 = 1$,此时 $\Sigma = Q = P^{-1}$ 。

2.2 钟差推估的LSC模型结构

基于文献[13-15]的研究结果,本文建立的钟差推估最小二乘配置模型的表达式为

$$L_i = a_0 + a_1(t_i - t_0) + a_2(t_i - t_0)^2 + s_i + \Delta \quad (3)$$

式中, L_i 是 t_i 时刻卫星钟的钟差, t_0 为星历表参考时刻, t_i 表示历元时刻,待估参数 a_0 、 a_1 和 a_2 分别表示参考时刻 t_0 的卫星钟差、钟速及卫星钟的频漂, s_i (待估时刻为 s'_i)为钟差随机性部分因素。其对应矩阵形式的误差方程为

$$V = A\hat{X} + B\hat{Y} - L \quad (4)$$

$$\text{式中, } A = \begin{bmatrix} 1 & t_1 - t_0 & (t_1 - t_0)^2 \\ 1 & t_2 - t_0 & (t_2 - t_0)^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & t_n - t_0 & (t_n - t_0)^2 \end{bmatrix}, \hat{X} = \begin{bmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{bmatrix}, L =$$

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} S \\ S' \end{bmatrix}, B = [I_n \ 0]。$$

根据最小二乘原理,由估值准则

$$V^T P_{\Delta} V + \hat{Y}^T P_Y \hat{Y} = \min \quad (5)$$

求解式(4)得

$$\hat{X} = (A^T P_L A)^{-1} A^T P_L L$$

$$\hat{S}' = -\Sigma_{S'S} P_L (A \hat{X} - L) \quad (6)$$

其中

$$P_L^{-1} = (P_{\Delta}^{-1} + \Sigma_S) = (I + \Sigma_S), P_Y^{-1} = \Sigma_Y = \begin{bmatrix} \Sigma_S & \Sigma_{SS'} \\ \Sigma_{S'S} & \Sigma_{S'} \end{bmatrix}, \Sigma_S = B P_Y^{-1} B^T, B = [I \ 0]。从而可得$$

待求时刻的钟差表达式为

$$\hat{L}_1 = A_1 \hat{X} + \hat{S}' \quad (7)$$

式中, \hat{L}_1 、 A_1 的表达形式同 L 、 A ,分别表示待求钟差值向量和相应的系数矩阵。

2.3 钟差推估LSC模型协方差函数的确定

基于确定模型的协方差函数一般情况下采用经验协方差函数,故本文模型中协方差函数选取使用的是高斯函数,即 $\sigma(t) = \sigma(0) \exp(-Kt^2)$ 。式中 t 为两时刻间的时间间隔,参数 $\sigma(0)$ 、 K 是通过对比协方差函数拟合的方法^[12]、结合钟差数据进行实验求得的,最后确定的较为理想的取值范围为: $1.0 \leq \sigma(0) \leq 9.9, 0.00001 \leq K \leq 0.000095$ 。

3 实算与分析

使用GPS系统的精密钟差数据检验所建模型。预报和插值的实算数据来自PRN01(载有Cs钟的BLOCK II A型卫星)、PRN02(载有Rb钟的BLOCK II R型卫星)和PRN07(载有Rb钟的BLOCK II M型卫星)三颗变化比较典型的卫星^[16]。考虑到二次多项式模型在钟差长期预报中其累积误差随预报时间的增加而不断增大^[3],本文通过短期预报来对比分析所建模型和常用预报算法的性能。对于钟差的长期预报,采用与文献[16]相同的建模思想来进行,即以天为尺度,取每天最后一个历元的钟差作长期卫星钟差预报,然后对预报结果进行插值得到最终预报结果。

在各算法的对比中,采用均方根误差(RMS)和平均误差(ME)定量地衡量算法的精度,利用最大误差(Max)和最小误差(Min)之差的绝对值(Abs)反映算法的稳定性。其中均方根误差的计算公式为

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Delta l_i)^2}, \Delta l_i = l_i - \hat{l} \quad (8)$$

式中, l_i 是IGS精密星历钟差值, \hat{l} 为钟差估值。

3.1 实算一

为了说明本文所给协方差函数的参数取值范围的相对合理性以及本文所建模型在钟差短期预报中

的有效性,设计两种方案对该模型进行全面检验。

方案一:首先对比 LSC 方法在使用本文所给取值范围的参数值时和使用协方差函数拟合得到参数值时的预报性能。采用 PRN01 卫星 2007 年 6 月 4 日 15 分钟间隔的精密钟差数据,用该天前 6 小时(2~25 历元)的钟差数据建模,预报接下来 2 小时 30 分(10 个历元)的钟差。图 1 为使用协方差函数拟合方法和使用本文所给参数值范围时 LSC 方法(分别记作 LSC1 和 LSC2)与其他两种预报算法的预报结果及预报误差对比图。图中钟差预报误差是指各算法的预报结果与对应时刻精密钟差的差值。

方案二:为进一步验证所建模型在钟差短期预报中的有效性,取 PRN02 卫星 2007 年 5 月 25 日的 2~13 历元的精密钟差数据作为已知建模数据,预报接下来 8 个历元的钟差;取 PRN07 卫星 2007 年 5 月 13 日的 2~25 历元的精密钟差数据作为已知建模数据,预报接下来 24 个历元的钟差。图 2 为其对应的预报误差对比情况。

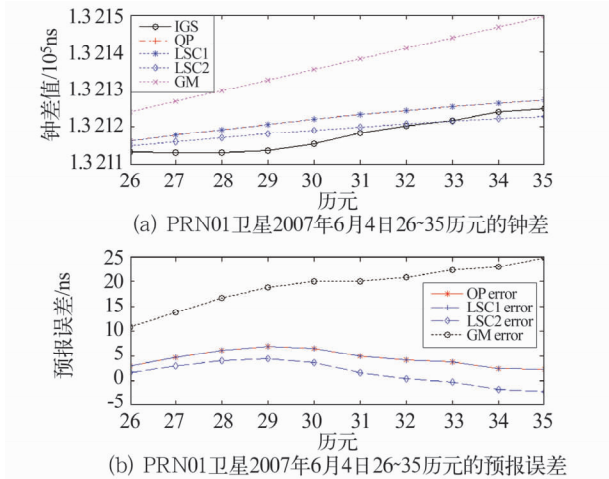


图 1 方案一中各算法的预报结果和误差

Fig. 1 Prediction results and errors of all algorithms in scheme one

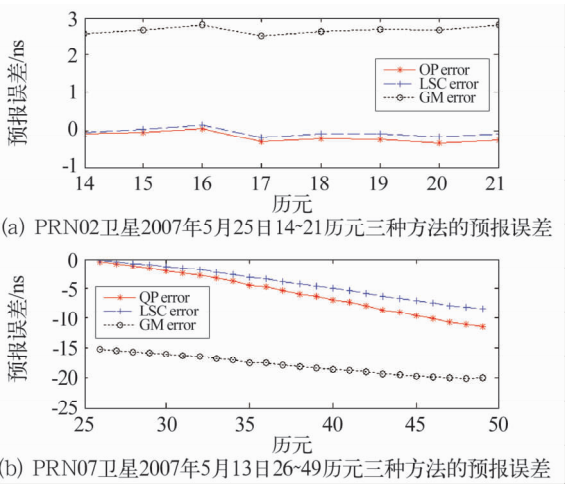


图 2 方案二中各算法的预报误差

Fig. 2 Prediction errors of all algorithms in scheme two

从图 1 可以看出,利用拟合方法得到的协方差函数在进行钟差预报时 LSC 模型的有效性体现不出来,其预报结果和 QP 模型预报结果相同。而在同样的条件下,协方差函数的参数使用本文所给范围内的数值时,该模型的预报精度比其他两种算法的预报精度都要高。根据图 2 可看出,本文所提方法的预报效果优于 QP 模型和 GM 模型,并且同 QP 模型一样,预报误差随预报时间的增加而不断增大。表 1 为两种方案中各算法的预报结果统计对比情况。

由表 1 可知,在相同条件下使用本文所建模型预报钟差时,其预报结果的精度比 QP 模型的预报精度约高 2 倍,而比 GM(1,1)模型的预报精度约高 4 倍,且预报的稳定性也相对较好。同时可以看出,在短期预报中 QP 模型预报精度优于 GM(1,1)模型;钟差预报的精度及稳定性随着卫星种类和星载原子钟的不同而变化。

表 1 两方案中各算法预报结果对比表(单位:10⁻⁹s)

Tab.1 Comparison of prediction results of all algorithms of two schemes (unit: 10⁻⁹ s)

方案	卫星号	算法类型	统计量				
			最小值	最小值	平均值	绝对值	均方根
方案一	PRN01	GM(1,1)	10.82	24.76	19.08	13.94	19.51
		QP	2.25	6.93	4.45	4.68	4.73
		LSC1($\sigma(0)=0.0011, K=0.00000202$)	2.25	6.93	4.45	4.68	4.73
		LSC2($\sigma(0)=8.8, K=0.000016$)	-2.10	4.37	1.44	6.47	2.63
方案二	PRN02	GM(1,1)	2.50	2.81	2.66	0.31	2.66
		QP	-0.33	0.06	-0.18	0.39	0.22
	PRN07	LSC($\sigma(0)=9.2, K=0.000079$)	-0.17	0.15	-0.06	0.32	0.11
		GM(1,1)	-20.06	-15.24	-17.89	4.82	17.96
		QP	-11.49	-0.55	-5.81	10.94	6.74
		LSC($\sigma(0)=8.9, K=0.000032$)	-8.37	-0.29	-4.18	8.08	4.92

3.2 实算二

为了验证该模型在钟差插值方面的相关特性,同样使用两个方案来予以说明。

方案一:对 PRN07 卫星 2007 年 6 月 23 日 12:15—14:00 的钟差数据进行内插。以 15 分钟间隔的精密钟差数据作为已知插值节点,内插 5 分钟间隔的钟差,以其对应的 5 分钟间隔精密钟差数据作为真值对比该模型和常用的两种插值算法的内插效果(图 3)。

方案二:对 PRN02 卫星 2007 年 6 月 23 日 00:00—02:00 的钟差数据进行内插,以 5 分钟间隔的

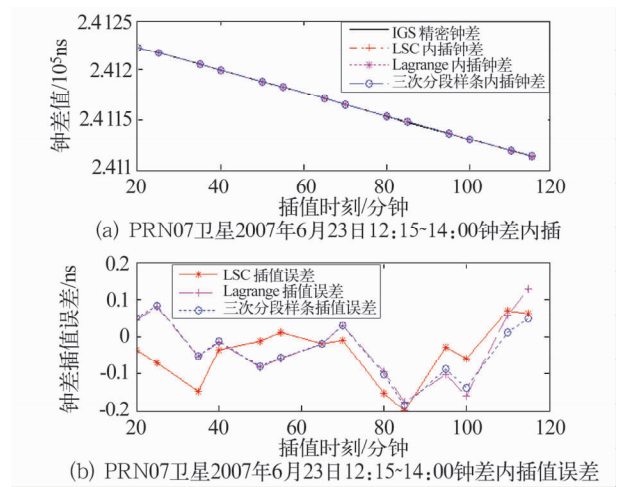


图 3 方案一中三种算法插值结果对比

Fig. 3 Comparison of results of three interpolation algorithms in scheme one

精密钟差数据为插值节点,内插中间对应的 30 s 间隔的精密钟差,并对比三种算法的插值效果(图 4)。表 2 为两种方案中三种算法的内插结果的统计。

根据图 3、4,结合表 2 中统计量可以看出,在方案二中,由于内插模型的阶次太高,Lagrange 方法出现了 Runge 现象,使得该模型的内插精度大大降低。而其余两种模型则表现得相对稳定,且精度均比较高。在 Lagrange 模型正常的情况下,三种算法的内插精度基本相当;在算法的稳定性上,三种算法所表现出的性能也大致相同。

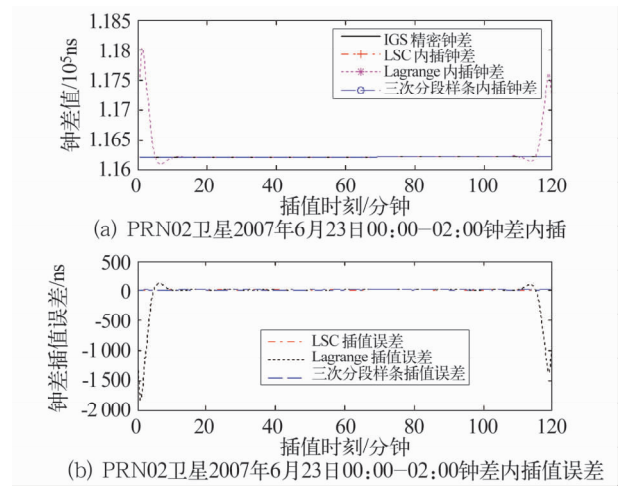


图 4 方案二中三种算法插值结果对比

Fig. 4 Comparison of results of three interpolation algorithms in scheme two

表 2 两方案中三种算法插值结果对比(单位:10⁻⁹ s)

Tab.2 Comparison of results of three interpolation algorithms of two schemes (unit:10⁻⁹ s)

方案	算法类型	统计量				
		最小值	最小值	平均值	绝对值	均方根
方案一 (15 分钟内 插 5 分钟)	LSC($\sigma(0) = 1.1, K = 0.000\ 086$)	-0.19	0.07	-0.04	0.26	0.08
	Lagrange	-0.18	0.13	-0.03	0.31	0.09
	三次分段样条	-0.19	0.08	-0.04	0.27	0.08
方案二 (5 分钟内 插 30 秒)	LSC($\sigma(0) = 1.2, K = 0.000\ 076$)	-0.16	0.30	0.02	0.46	0.09
	Lagrange	-181.35	110.34	-72.29	291.69	309.83
	三次分段样条	-0.20	0.25	0.03	0.45	0.09

4 结论

卫星钟差预报与内插在导航定位应用及卫星自主导航中具有重要的作用。本文在钟差二次多项式模型的基础上采用最小二乘配置的方法建立起了钟差推估的最小二乘配置模型。该模型在钟差短期预报中具有较高的预报精度和较好的稳定性,同时该模型可以作为一种有效的钟差插值方法来对钟差数据进行内插加密。最后需要说明的是:同钟差预报的二次多项式模型一样,本文所建模型的预报误差

会随预报时间的增加而不断增大;该模型同样适合基于 IGS 超快速产品等其他钟差数据的推估。文中所确定的协方差函数仍然具有一定的局限性,接下来还需要进一步完善。

参 考 文 献

1 Judah Levine. A review of time and frequency transfer methods[J]. Metrologia, 2008, 45(6):162-174.

2 郑作亚,等. 附有周期项的预报模型及其在 GPS 卫星钟差预报中的应用研究[J]. 天文学报,2010,51(1):95-

102. (Zheng Zuoya, et al. Prediction model with periodic item and its application to the prediction of GPS satellite clock bias[J]. Acta Astronomica Sinica, 2010, 51(1):95 – 102)

3 崔先强,焦文海. 灰色系统模型在卫星钟差预报中的应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2005,30(5):447 – 450. (Cui Xianqing and Jiao Wenhai. Grey system model for the satellite clock error predicting[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2005,30(5):447 – 450)

4 洪樱,欧吉坤,彭碧波. GPS 卫星精密星历和钟差三种内插方法的比较[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2006,31(6):516 – 518. (Hong Ying, Ou Jikun and Peng Bibo. Three interpolation methods for precise ephemeris and clock offset of GPS satellite[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2006,31(6):516 – 518)

5 James P C, Everentt R S and Frank M. Improvement of the NIMA precise orbit and clock estimates [R]//ION GPS 1998.

6 陈正生,等. 基于时间序列分解的 GPS 卫星钟差预报[J]. 测绘科学,2011,36(3):116 – 118. (Chen Zhengsheng, et al. GPS satellite clock error predicting based on AR-MA analysis[J]. Science of Surveying and Mapping, 2011, 36(3):116 – 118)

7 黄观文,杨元喜,张勤. 开窗分类因子抗差自适应序贯平差用于卫星钟差参数估计与预报[J]. 测绘学报,2011,40(1):15 – 21. (Huang Guanwen, Yang Yuanxi and Zhang Qin. Estimate and predict satellite clock error using adaptively robust sequential adjustment with classified adaptive factors based on opening windows[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2011,40(1):15 – 21)

8 王继刚,等. 组合模型预报导航卫星钟差[J]. 大地测量与地球动力学,2012,(1):84 – 88. (Wang Jiggang, et al. Combination models for navigation satellite clock prediction [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2012,(1):84 – 88)

9 韩宝民. 精密卫星钟差加密方法及其对星载 GPS 低轨卫星定轨精度影响[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2006,31(12):1 075 – 1 077. (Han Baoming. Densification methods of GPS satellite clock errors and their impact on orbit determination precision of LEOs[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2006, 31(12): 1 075 – 1 077)

10 陈鹏,陈正阳,李骁. 一种新的 GPS 精密星历插值方法[J]. 大地测量与地球动力学,2009,(2):111 – 114. (Chen Peng, Chen Zhengyang and Li Xiao. A new method for GPS precise ephemeris interpolation[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2009,(2):111 – 114)

11 杨乐,等. 四种精密卫星钟差插值方法的比较[J]. 测绘信息与工程,2011,36(3):8 – 10. (Yang Le, et al. Comparison of four interpolation of satellite clock bias [J]. Journal of Geomatics, 2011,36(3):8 – 10)

12 黄维彬. 近代平差理论及其应用[M]. 北京:解放军出版社,1992. (Huang Weibin. Theory of adjustment and its applications in geodesy[M]. Beijing: PLA Press,1992)

13 路晓峰. 导航卫星钟差评估与预报研究[D]. 长安大学, 2007. (Lu Xiaofeng. Study on the evaluation of navigation satellite clock bias and the satellite clock bias predicating [D]. Chang'an University,2007)

14 朱祥维,等. 卫星钟差预报的 Kalman 算法及其性能分析[J]. 宇航学报,2008,29(3). 966 – 970. (Zhu Xiangwei, et al. The Kalman algorithm used for satellite clock offset prediction and its performance analysis[J]. Journal of Astronautics, 2008,29(3). 966 – 970)

15 郑作亚,等. 附有周期项的预报模型及其在 GPS 卫星钟差预报中的应用研究[J]. 天文学报,2010,51(1):95 – 102. (Zheng Zuoya, et al. Prediction model with periodic item and its application to the prediction of GPS Satellite Clock Bias[J]. Acta Astronomica Sinica, 2010, 51(1): 95 – 102)

16 徐君毅,戴伟. 一种新的长期卫星钟差预报方法[J]. 大地测量与地球动力学,2009,(6):97 – 100. (Xu Junyi and Dai Wei. A new method for long-term prediction of satellite clock error[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2009,(6):97 – 100)