

灰色系统残差预测模型软件的研制与应用^{* 1}

鄢子平¹⁾ 张庆涛²⁾ 李振洪³⁾ 丁学智⁴⁾

(1) 武汉大学自然科学学报, 武汉 430072
(2) 国家测绘地理信息局第一大地测量队, 西安 710054
(3) 格拉斯哥大学地理与地球科学系, 格拉斯哥 G12 8QQ, 英国
(4) 中国水电顾问集团昆明勘测设计研究院, 昆明 650041

摘要 基于灰色系统 GM(1,1) 残差模型编制了 GMRCFS 预测软件, 并对隔河岩大坝 1998-06-10—11-28 日 5 个 GPS 监测点的形变进行了预测。结果表明, GM(1,1) 残差模型具有较高的预测精度, 合理选取预测步长可达到大坝形变预测的要求。

关键词 灰色系统; GM(1,1) 模型; 残差; 形变预测; 大坝形变

中图分类号: P207

文献标识码: A

APPLICATION OF RESIDUAL ERROR FORECASTING SOFTWARE FOR GREY SYSTEM

Yan Ziping¹⁾, Zhang Qingtao²⁾, Li Zhenhong³⁾ and Ding Xuezh⁴⁾

(1) *Journal of Natural Science of Wuhan University, Wuhan 430072*
(2) *The First Geodetic Surveying Brigade, National Administration of Surveying, Mapping and Geoinformation, Xi'an 710054*
(3) *School of Geographic and Earth Science, University of Glasgow, Glasgow G12 8QQ, UK*
(4) *Kunming Engineering Corporation, HYDROCHINA, Kunming 650041*

Abstract A forecasting software titled GMRCFS has been developed based on the GM(1,1) residual error model of grey system, and deformation of Geheyan dam has been predicted by five GPS monitoring sites on June 10 to November 28 in 1998. The results show that the GM(1,1) residual error model has high accuracy, it could satisfy the demand of dam deformation forecasting if a step size is chosen reasonably.

Key words: grey system; GM(1,1) model; residual error; deformation forecasting; dam deformation

1 引言

近年来, 大坝、桥梁、高楼大厦、滑坡体等形变监测受到了越来越多的重视, 各种高精度的监测手段也得到了广泛应用, 监测理论、方法也得到了发展。在监测方案的制定、监测精度的评定、监测成果的分

析以及可靠性的验证等方面, 不少学者提出利用传统的多元回归分析、有限元等方法建立相应的数学模型, 分析影响形变的相关因素^[1,2]。由于影响形变的各种因素难以准确掌握, 因此很难建立一个令人满意的通用数学模型用于分析和预测。

实际上, 变形体的形变可看作一个复杂的动态

* 收稿日期: 2012-10-23

作者简介: 鄢子平, 女, 1972 年生, 副编审, 硕士, 主要从事变形研究与科技期刊管理. E-mail: zpyan@whu.edu.cn

过程,这一过程每一时刻的数值都可视为变形体内部状态的过去变化与外部所有因素的共同作用的结果。很显然,变形体的形变很难利用多元回归建立满意的数学模型。研究表明,变形体的形变预测采用灰色系统研究更为合适^[3,4]。有鉴于此,本文在灰色系统 GM(1,1)模型的基础上,引进残差改正模型,开发了 GMRCFS 预测软件,并对隔河岩大坝形变进行了定量预测。

2 GM 数学模型

2.1 GM(1,1) 残差模型

记残差序列为：
$$e^{(0)} = \{e^{(0)}(k) = X^{(1)}(k) - \hat{X}^{(1)}(k) \mid k = 1, 2, \cdots, n\} \quad (1)$$

以 $e^{(0)}$ 中连续(由 n 及 1)同号的部分残差或全部残差生成序列 $e_1^{(0)}$ ：
$$e_1^{(0)} = \{e_1^{(0)}(i) = e^{(0)}(k) \mid i = 1, 2, \cdots, n - n_1 + 1, k = n_1, n_1 + 1, \cdots, n\} \quad (2)$$

对 $e_1^{(0)}$ 建立 GM(1,1) 模型, 导出 $\hat{a}_e = (a_e, u_e)^T$, 进一步地修正原模型 $\hat{X}^{(0)}(t+1) = \hat{X}^{(1)}(t+1) - \hat{X}^{(1)}(t)$ (其中, $\hat{X}^{(1)}(0) = \hat{X}^{(0)}(1)$) 后有：
$$\hat{X}^{(0)}(t+1) = (u - aX^{(0)}(1))e^{-at} + \delta(t) [(u_e - a_e e_1^{(0)}(1))e^{-a_d}] \quad (3)$$

其中,

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & (t \leq n - k) \\ 1 & (t > n - k) \end{cases}, k \text{ 为残差数列个数} \quad (4)$$

2.2 预测精度与预测值精度的评定

用后验差单位中误差对灰色系统 GM(1,1) 残差预测模型进行精度评定^[5]。其残差为：
$$\Delta(k) = X^{(0)}(k) - \hat{X}^{(0)}(k), k = 1, 2, \cdots, n \quad (5)$$

得残差向量为：
$$\Delta = (\Delta(1), \Delta(2), \cdots, \Delta(n))^T \quad (6)$$

则后验差单位中误差为：

$$\sigma_0 = \pm \sqrt{\frac{[\Delta^T \Delta]}{n - 1}} \quad (7)$$

由误差传播理论,预测值精度评定公式为：
$$\sigma_{\hat{X}^{(0)}(t+1)} = \left[(atX^{(0)}(1) - X^{(0)}(1) - tu)^2 Q_{11} + Q_{22} + 2(atX^{(0)}(1) - X^{(0)}(1) - tu) Q_{12} \right]^{\frac{1}{2}} e^{-at} \sigma_0 \quad (8)$$

2.3 灰色系统 GM(1,1) 残差预测软件

开发的灰色系统 GM(1,1) 残差预测软件简称为 GMRCFS,可对含负值时间序列建模,实现了数据预处理、序列预测、残差改进、等维递补预测和预测精度评定等功能。

- 1) 系统流程。GMRCFS 系统由标准 C + + 语言编写而成,可在多系统下编译执行。支持多种输入文件格式,操作简单,执行效率高,输出信息齐全。
- 2) 数据生成。GMRCFS 对原始数据进行判断,根据需要确定用相应的序列算子^[6]对原始数据进行调整,并进一步生成满足准指数规律的 $X^{(1)}$ 序列。
- 3) 残差模型的建立。根据式(3),若存在 t_0 ,且满足:①对任意的 $t \geq t_0, e^{(0)}(t)$ 符号一致;② $n - t_0 \geq 4$, 则 $\{|e^{(0)}(t_0)|, |e^{(0)}(t_0 + 1)|, \cdots, |e^{(0)}(n)|\}$ 即为建模残差序列。

系统在建模之前,都需对残差进行判断,只有符合以上两个条件,才可用残差序列对模型加以改进。
4) 等维递补预测。GM(1,1) 模型可以通过对时间序列长度(笔者称其为预测步长)的不同取舍,得到不同的预测结果,从而构成一个预测值的灰色区间,供决策者择优选用。

据研究,具有实际意义的、精度较高的预测值仅仅是最近的 1~2 个数据,其他更远的数据仅反映一种趋势。鉴于这种情况,程序中建立的预测是先用前 k 个数据预测第 $k + 1$ 个数据,然后去掉数据序列最前面的一个数据,在数据序列最后添上系统的实际数据,使序列等维。接着再建 GM(1,1) 模型,预测下一个数值,再去掉数据序列最前面的一个数据,在数据序列最后添上系统的实际数据,如此逐个预测,依次递补,直到完成预测目标。

3 应用实例

为监测隔河岩大坝的变形,在大坝两岸山顶上设立了两个 GPS 基准站,在大坝上设立了 5 个形变监测点。各个形变监测点的形变值均为已知,其与水位、气温、环境等存在某种相应的关系。因此,用灰色预测模型对 1998-06-10—11-28 日的监测数据进行预测试验。预测结果见表 1 与图 1。图 1 中的 8 条黑色虚线代表 1998 年夏天长江上游 8 次洪峰。
根据表 2,GM 模型预测的精度都小于 1 mm,满足大坝形变预测的要求。表 2 表明,不同的预测步长对应不同的预测结果及预测精度,预测步长很短,预测效果未必最优,但步长太长,精度明显下降,这从实例上证明了等维递补预测的优势。

由表 3 可知,GM(1,1) 残差模型的预测残差符合高斯正态分布, $|\angle| \leq 3.0$ 的可信度超过 99.4%。由此可知,GM(1,1) 残差模型预测具有高可靠性。综合表 2 和表 3,在本实例中,预测步长为 6 比较适宜。

表 1 1998-06-10—11-28 日形变量实测值与预测值的比较(单位:mm)

Tab.1 Comparison between actual and forecasted displacements on June 10 to November 28 in 1998(unit:mm)

监测日期 (月-日 T 时)	实际值	预测值				
		4 步	6 步	8 步	10 步	24 步
06-11T12	-1.50	-1.466 7				
06-11T18	-1.50	-1.400 6				
06-12T00	-1.50	-1.565 3	-1.510 0			
06-12T06	-1.50	-1.500 0	-1.470 3			
06-12T12	-1.60	-1.500 0	-1.539 9	-1.514 2		
06-12T18	-1.70	-1.630 0	-1.578 5	-1.542 1		
06-13T00	-1.70	-1.791 3	-1.703 1	-1.679 4	-1.634 6	
06-13T06	-1.70	-1.765 3	-1.773 1	-1.721 5	-1.674 5	
...	
06-16T18	-0.40	-0.282 2	-0.266 0	-0.312 9	-0.242 4	-0.519 0
06-17T00	-0.40	-0.330 4	-0.264 7	-0.256 0	-0.233 9	-0.372 5
06-17T06	-0.40	-0.400 0	-0.306 0	-0.239 4	-0.237 4	-0.268 0
06-17T12	-0.40	-0.400 0	-0.359 8	-0.280 6	-0.238 8	-0.163 4
...
06-17T06	-3.90	-6.183 1	-4.864 0	-4.160 9	-3.528 2	-3.809 3
06-17T12	-5.80	-4.941 9	-5.036 0	-5.279 8	-4.951 4	-3.867 1
...
11-27T12	-4.00	-4.220 1	-4.150 0	-3.995 9	-3.605 3	-4.031 3
11-27T18	-4.00	-4.617 0	-4.263 6	-4.336 8	-3.960 5	-4.076 1
11-28T00	-3.40	-3.795 5	-4.210 9	-4.276 0	-4.214 9	-4.120 5

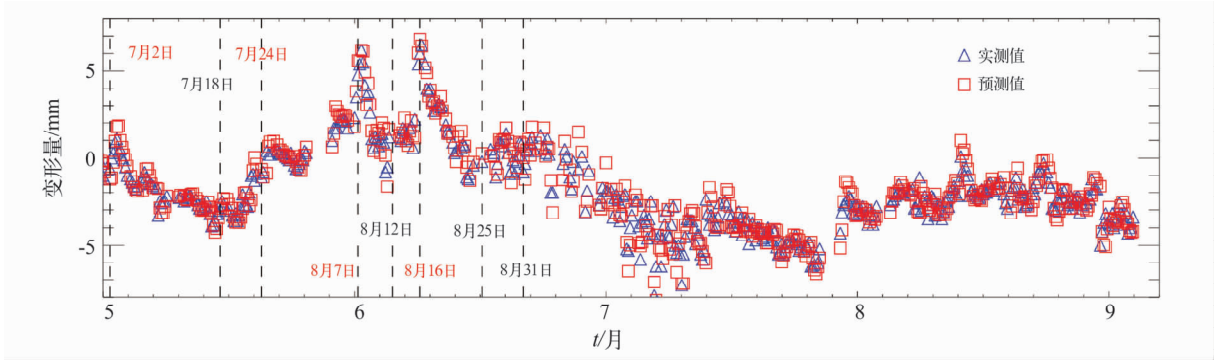


图 1 隔河岩大坝形变量实测值与预测值的比较

Fig.1 Comparison between actual and forecasted displacements of Geheyan dam

表 2 GMRCFS 模型预测残差(单位:mm)

Tab.2 Residual errors forecasting of GMRCFS model(unit:mm)

预测步长	预测中误差	\triangle_{\max}	\triangle_{\min}
4	0.66	3.32	-3.83
6	0.65	3.37	-3.61
8	0.71	3.58	-3.42
10	0.78	3.84	-3.45
24	0.93	3.78	-2.50

表 3 GMRCFS 模型预测残差信息统计

Tab.3 Statistics of the residual errors forecasting by GM-RCFS model

预测步长	$ \triangle \leq 1.0$		$1.0< \triangle \leq 3.0$		$ \triangle >3.0$	
	个数	比例(%)	个数	比例(%)	个数	比例(%)
4	830	88.96	98	10.50	5	0.54
6	828	88.94	100	10.74	3	0.32
8	796	85.68	130	14.00	3	0.32
10	774	83.50	149	16.07	4	0.43
24	675	73.94	234	25.63	4	0.43

注： $\triangle_{\max}=(x_{\text{预测}}-x_{\text{真实}})_{\max}$ ； $\triangle_{\min}=(x_{\text{预测}}-x_{\text{真实}})_{\min}$ (下转第 141 页)