

基于均衡理论构建区域平均空间重力异常方法研究^{* 1}

王 伟 李姗姗 马 彪 高新兵
(信息工程大学地理空间信息学院,郑州 450052)

摘 要 研究基于 Airy-Heiskanen 均衡理论构建重力控制点稀少区域平均空间重力异常参考场的方法。利用区域高分辨率地形数据构建平均空间重力异常数值模型;针对均衡理论构建重力异常存在系统性误差的问题,研究了布设少量重力观测点作为约束,对所构建的平均空间重力异常数值模型的系统性误差进行修正,并与基于 EGM2008 重力场模型以及基于少量离散点直接内插推估构建区域平均空间重力异常的方法进行对比。结果表明,该方法得到的计算值精度明显优于后两者,同时能大大减少重力测量的工作量,且适宜于困难地区平均空间重力异常的填补。

关键词 Airy-Heiskanen 均衡模型;均衡改正;地形改正;平均空间重力异常;内插
中图分类号:P223 **文献标识码**:A

A METHOD FOR ESTABLISHING MEAN FREE-AIR GRAVITY ANOMALY BASED ON ISOSTATIC THEORY

Wang Wei, Li Shanshan, Ma Biao and Gao Xinbing

(*Institute of Geographical Space Information, Information Engineering University, Zhengzhou 450052*)

Abstract The method of establishing the mean free-air gravity anomaly reference field with rare gravity data has been studied based on the Airy and Heiskanen isostatic theory. The numerical model of the mean free-air gravity anomalies has been established using the regional high-resolution topographic data; then for the problem that the systematic errors existed in the computational area, a few of gravimetric points have been chosen as constraint points in order to eliminate errors. Finally, the comparisons have been made among the gravity field model of EGM2008 and interpolation using separate points. As a result, the method could get better precision than two other methods as well as could reduce workloads in gravity measurement in the fields, the method is suitable for establishing the mean free-air gravity anomalies in difficult conditions.

Key words: Airy-Heiskanen model; isostatic correction; topographic correction; mean free-air gravity anomalies; interpolation

1 引言

在重力场中,平均空间重力异常是确定垂线偏差、高程异常等的基础数据。虽然重力测量技术在不断发展,但受地形条件的影响,在一些地区获取高

分辨率的重力异常数据是比较困难的;另一方面,随着 GPS 测高等技术的发展,人们获取高分辨率的地形数据已非难事,这就为基于地球物理信息构建精细重力场模型提供了一种思路。地壳均衡^[1]理论认为实际地球相对于正常椭球,经过归算后达到完

* 收稿日期:2012-12-08

基金项目:国家自然科学基金(41274029)

作者简介:王伟,男,1988年生,硕士研究生,研究方向:物理大地测量. E-mail:franksmithww@163.com

全均衡状态,而对于局部地区,地壳并没有完全达到均衡状态;同时计算过程中采用平面近似等原因会使构建的平均空间重力异常值与真实值产生系统性差异。因此,需要布设一定量的重力控制点作为约束,对产生的“系统差异”进行校正。

本文利用我国某区域高分辨的地形数据,基于 Airy-Heiskanen 均衡理论构建了该区域平均空间重力异常参考场,同时基于 $5 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ 的精度需求,研究了如何布设少量重力观测点修正计算值系统性的误差,并对比了基于 EGM2008 重力场模型和基于离散重力点直接内插在相同条件下推估平均空间重力异常参考场的精度,结果表明利用本文提出的方法能获得的精度较高的重力异常参考场。

2 构建区域平均空间重力异常方法

根据均衡理论^[3,4],加入均衡改正后的均衡重力异常在理论上可表达为

$$\Delta g_1 = \Delta g_{\text{空}} + \Delta g_B + \Delta g_{\text{IC}} \approx 0 \tag{1}$$

式中 $\Delta g_{\text{空}}$ 为平均空间重力异常, Δg_B 为布格改正, Δg_{IC} 空为地形均衡改正。

可知,将地面重力观测值调整归算到大地水准面上,再经过局部地壳密度异常的调整补偿,使地壳密度趋于均匀分布,要加布格改正和地形均衡补偿改正。

布格改正由两项组成^[5]:

$$\Delta g_B = -0.111 \ 6h + \Delta g_{\text{TC}} \tag{2}$$

式中 h 为正常高, Δg_{TC} 为局部地形改正。

其计算的近似公式可表示为:

$$\begin{aligned} \Delta g_{\text{TC}} = & f\rho \iiint_{\sigma_0}^{h-h_p} \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} dz dx dy \\ & + \frac{f\rho}{2} \iint_{\sigma-\sigma_0} \frac{(h-h_p)^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}} d\omega \end{aligned} \tag{3}$$

为了兼顾计算速度和精度,在计算 Δg_{TC} 时分成中央区 σ_0 和近区域 $\sigma - \sigma_0$ 。对中央区采用棱柱积分,即:

$$\Delta g_{\text{TC}}(i_p, j_p) = -f\rho \sum_{i=i_p-S_B}^{i=i_p+S_B} \sum_{j=j_p-S_L}^{j=j_p+S_L} f(x, y, z) \left| \frac{a\Delta x}{b\Delta x} \right| \left| \frac{c\Delta y}{d\Delta y} \right| \left| \frac{h}{0} \right| \tag{4}$$

式中, $a = i - i_p + 0.5$, $b = i - i_p - 0.5$, $c = j - j_p + 0.5$, $d = j - j_p - 0.5$, $h = h(i, j) - h(i_p, j_p)$, $f(x, y, z) = x \log(y + l)$

+ $y \log(x + l) - \text{zarctan}\left(\frac{xy}{zl}\right)$, $l = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 。 S_B 、 S_L

分别表示中央区域在经度、纬度方向上的积分半径。

对近区域积分采用线性卷积积分逼近真实积分:

$$\Delta g_{\text{TC}}(i_p, j_p) = \frac{f\rho}{2} \sum_{i=i_p-r_B}^{i=i_p+r_B} \sum_{j=j_p-r_L}^{j=j_p+r_L} h^2 \delta(x, y) \left| \frac{a\Delta x}{b\Delta x} \right| \left| \frac{c\Delta y}{d\Delta y} \right| \tag{5}$$

式中 $\delta(x, y) =$

$$\begin{cases} -\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{xy} (x, y) \notin \left\{ \begin{bmatrix} -(s_B + 0.5)\Delta x + (s_B + 0.5)\Delta x \\ \otimes [-(s_L + 0.5)\Delta y + (s_L + 0.5)\Delta y] \end{bmatrix} \right\} \\ 0 (x, y) \in \left\{ \begin{bmatrix} -(s_B + 0.5)\Delta x + (s_B + 0.5)\Delta x \\ \otimes [-(s_L + 0.5)\Delta y + (s_L + 0.5)\Delta y] \end{bmatrix} \right\} \end{cases}$$

r_B 、 r_L 分别表示近区域在经度、纬度方向上的积分半径。

地形均衡补偿改正采用 Airy-Heiskanen 模型,其积分式为:

$$\Delta g_{\text{IC}} = -f\Delta\rho_1 \iint_{\Delta\sigma_{i,j}} \left[\int_{z_1}^{z_2} \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} dz \right] dx dy \tag{6}$$

计算均衡补偿改正的公式参照局部地形改正:中央区与局部地形改正。中央区计算相似,只是积分中 $z_2 = -T$, $z_1 = -(T + t)$,式(4)中负号变为正号。近区域计算采用平面近似公式,即

$$\Delta g_{\text{IC}}(i_p, j_p) = f\Delta\rho \sum_{i=i_p-r_B}^{i=i_p+r_B} \sum_{j=j_p-r_L}^{j=j_p+r_L} t_{i,j} g(x, y) \left| \frac{a\Delta x}{b\Delta x} \right| \left| \frac{c\Delta y}{d\Delta y} \right| \tag{7}$$

式中 $g(x, y) = \arctan\left(\frac{xy}{T\sqrt{x^2 + y^2 + T^2}}\right)$

由式(2)、(6)、(7),同时顾及均衡异常在均衡状态接近于零,得到平均空间重力异常的估值为

$$\Delta g_{\text{空}} \approx 0.111 \ 6h - \Delta g_{\text{TC}} - \Delta g_{\text{IC}} \tag{8}$$

3 实验分析

3.1 平均空间重力异常计算分析

本文选取 $4^\circ \times 6^\circ$ 的范围, $1' \times 1'$ 分辨率的地形数据,基于均衡理论构建了该地区平均空间重力异常数值模型,并将其与该地区实测平均空间重力异常进行对比分析(图 1、2)。在计算局部地形改正和均衡补偿改正时,中央区 and 近区域积分半径分别取 $3'$ 和 $40'$,地壳厚度取 30 km 。

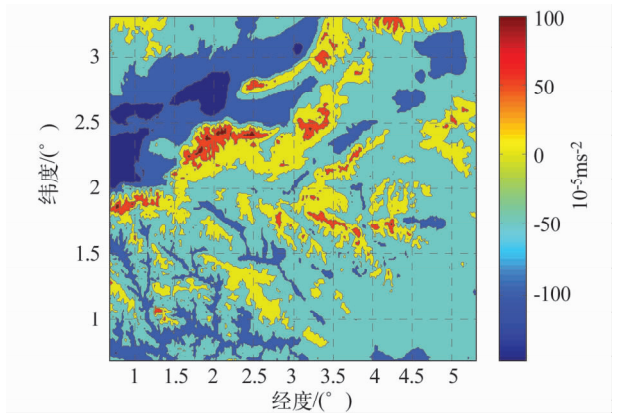


图 1 实测重力异常(单位: 10^{-5} ms^{-2})
Fig.1 Measured gravity anomalies (unit: 10^{-5} ms^{-2})

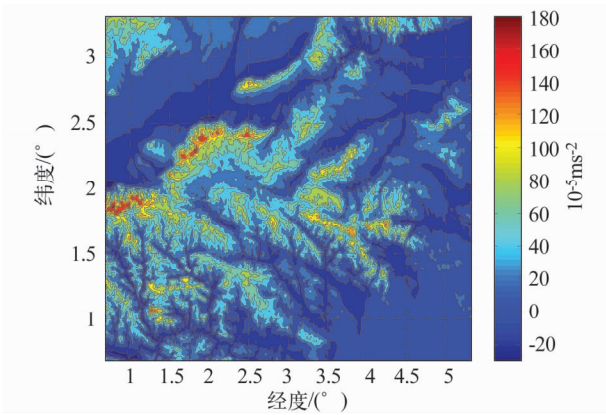


图2 基于均衡理论的重力异常(单位: 10^{-5}ms^{-2})

Fig.2 Gravity anomalies with isostatic theory (unit: 10^{-5}ms^{-2})

从图 1、2 可以看出,该区域实测平均空间重力异常大部分为负值,而基于均衡理论计算的平均空间重力异常值大部分为正值。将基于均衡理论构建的平均空间重力异常与该地区实测值进行统计分析,分析结果见表 1。

表 1 计算值与实测值之残差值(单位: 10^{-5}ms^{-2})

Tab.1 Residuals between the calculated value and the measured value (unit: 10^{-5}ms^{-2})

最大值	最小值	平均值	均方差	标准差
64.081	-133.320	-50.782	55.277	21.833

从表 1 可以看出两者相差较大,说明计算区域还存在较大的系统性误差的影响,需要对系统性误差进行修正。

3.2 区域系统性误差的修正

修正系统性误差的思路是:

- 1)在计算区域均匀布设适当数量的重力实测点作为约束,然后利用基于均衡理论计算的平均空间重力异常值内插^[7]出约束点的平均空间重力异常,进而求出区域约束点的系统性误差;
- 2)由区域约束点的系统性误差拟合出计算区域每个点的系统性误差;
- 3)将每个点的系统性误差叠加在计算值上,得到该区域经过修正后的平均空间重力异常值。

按照该思路,讨论三种布设约束点的方案^[8]修正系统性误差(表 2)。

以用于检核的平均空间重力异常作为真值,对三种方案在系统性误差修正后得到的平均空间重力异常进行精度评定(表 3)。

对比表 1 和表 3 可以看出,系统性误差修正前后精度差异显著,表明基于均衡理论构建平均空间重力异常必须要消除区域系统性误差的影响,同时

表 2 不同方案约束点的布设形式

Tab.2 The various forms of constraint points of different schemes

方案	约束点	检核点	布设形式
方案一	800	44 000	纬度方向每 8' 与经度方向每 7' 交叉点布设
方案二	448	44 352	纬度方向每 10' 与经度方向每 10' 交叉点布设
方案三	100	44 700	纬度方向每 16' 与经度方向每 28' 交叉点布设

表 3 不同方案系统性误差消除后的残差值(单位: 10^{-5}ms^{-2})

Tab.3 Residuals after eliminating systematic errors of different schemes (unit: 10^{-5}ms^{-2})

方案	约束点	检核点	最大值	最小值	平均值	均方差	标准差
方案一	800	44 000	129.686	-53.431	-0.014	4.796	4.796
方案二	448	44 352	131.306	-53.577	-0.176	5.879	5.876
方案三	100	44 700	136.341	-51.183	0.635	10.415	10.396

也表明不同的精度需求对布设约束点的要求也不一样。

3.3 不同方法推估平均空间重力异常的对比较分析

基于 $5 \times 10^{-5}\text{ms}^{-2}$ 精度需求,基于方案一对比了利用 EGM2008 重力场模型^[9]以及基于方案一的约束点直接内插推估该地区 $1' \times 1'$ 高分辨率重力异常参考场的精度(图 3~5)。由于基于重力场模型推估平均空间重力异常也会产生系统性误差,所以首先修正计算值产生的系统性误差。

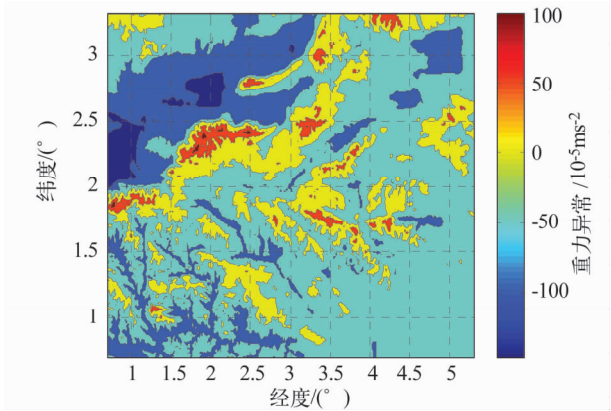


图 3 方案一构建重力异常

Fig.3 Gravity anomalies by the first scheme

对比图 1、3、4、5 可以看出,基于 EGM2008 模型推估和基于 800 个实测重力数据直接内插推估得到的平均空间重力异常与该地区实测平均空间重力异常分布趋势差别明显,而基于 Airy-Heiskanen 均衡理论构建的平均空间重力异常与该地区实测平均空

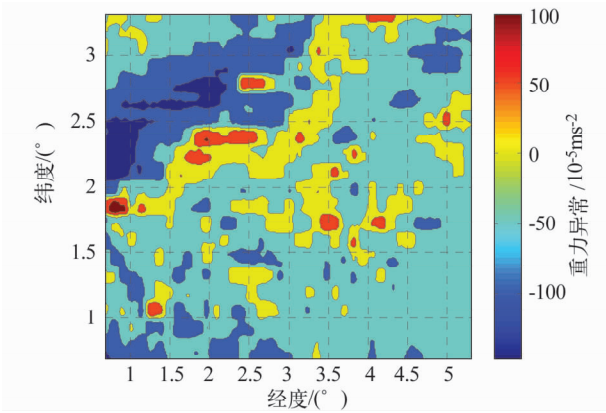


图4 基于EGM2008模型构建重力异常
Fig.4 Gravity anomalies by the EGM2008 model

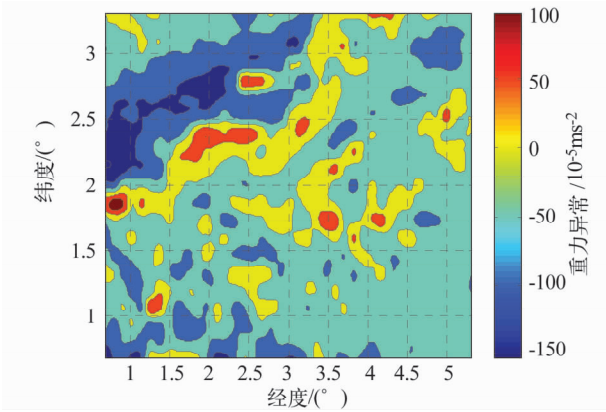


图5 基于离散点内插平均空间重力异常
Fig.5 Mean free – air gravity anomalies built by interpolation using separate points

间重力异常分布趋势基本一致。选取计算区域均匀分布的44 000个用于检核的平均空间重力异常作为真值,对不同方法构建的平均空间重力异常进行精度分析^[10],分析结果如表4。

表4 不同方法的计算值与实测值之残差值(单位:
 10^{-5} ms^{-2})
Tab.4 Residuals between the calculated value and the
measured value with different methods (unit:
 10^{-5} ms^{-2})

方法	最大值	最小值	平均值	均方差	标准差
基于均衡理论构建	129.686	-53.431	-0.014	± 4.796	± 4.796
EGM2008模型推估	128.261	-116.752	0.100	± 19.040	± 19.039
离散点内插推估	135.811	-69.458	-0.289	± 19.754	± 19.752

从表4可以看出,本文提出的基于均衡理论构建平均空间重力异常的精度明显高于基于EGM2008重力场模型和基于少量实测重力数据直接内插推估的平均空间重力异常的精度。将以上三种方法得到的计算值与该地区实测值求差,得到其残差值如图6~8所示。

对比图6、7和8可以看出,本文提出的方法得到的残差值的波动明显小于后两者的波动情况。

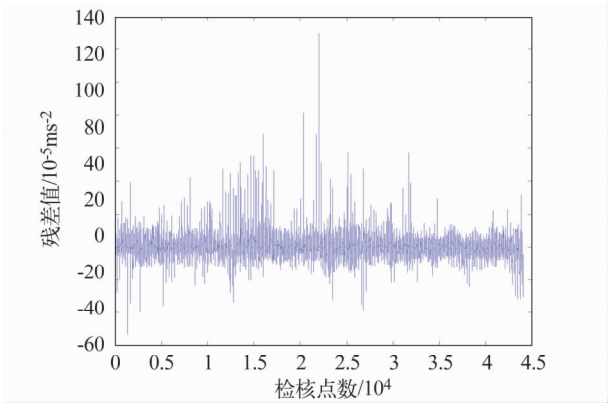


图6 基于均衡理论得到残差值
Fig.6 Residuals based on isostatic theory

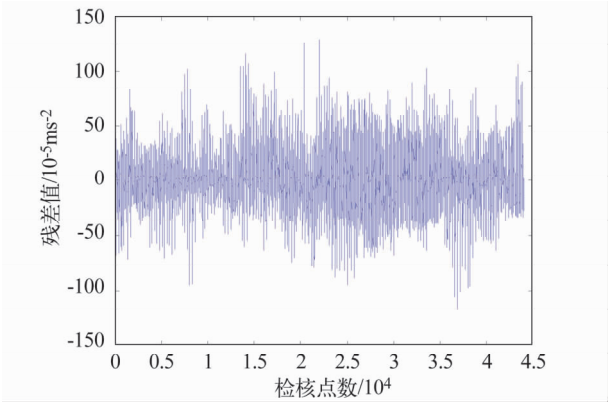


图7 基于模型推估得到残差值
Fig.7 Residuals based on the model

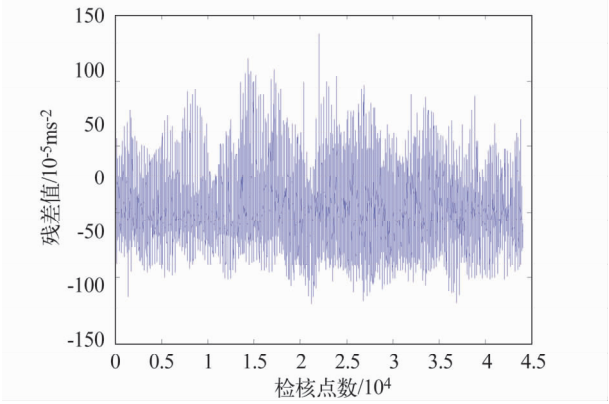


图8 基于离散点直接内插得到残差值
Fig.8 Residuals based on the interpolation using separate
points

4 结论

- 1)基于均衡理论构建平均空间重力异常存在较大的系统性误差,基于此方法构建平均空间重力异常时,必须要利用少量重力观测点作为约束点。
- 2)基于EGM2008重力场模型和基于少量离散点直接内插推估构建平均空间重力异常的精度较低,而本文提出的方法构建平均空间重力异常值的

精度明显优于两者。

3)在重力观测点稀少区域,基于均衡理论构建平均空间重力异常的方法只需要少量的重力观测点作为约束,就能使计算结果满足精度需求,大大减少了外业重力测量的工作量,从而提高了重力测量的效率。

参 考 文 献

1 张训华. 地壳均衡与均衡重力异常[J]. 海洋地质动态, 1996,4(8):1-3. (Zhang Xunhua. Isostasy of the crust and isostatic gravity anomaly[J]. Marine Geology Letters, 1996, 4(8):1-3)

2 陆仲连. 地球重力场理论与方法[M]. 北京:解放军出版社, 1996. (Lu Zhonglian. The theory and method of the Earth's gravity field[M]. Beijing:PLA Press, 1996)

3 李姗姗,等. 大地重力学[M]. 郑州:解放军信息工程大学出版社, 2008. (Li Shanshan, et al. Geodetic gravimetry [M]. Zhengzhou: Information Engineering University Press, 2008)

4 李建成,等. 地球重力场逼近理论与中国 2000 似大地水准面的确定[M]. 武汉:武汉大学出版社, 2003. (Li Jancheng, et al. The Earth's gravity field approximation theory and determination 2000 Chinese quasi geoid[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2003)

5 庞振兴. 平均空间重力异常精细构制方法研究[D]. 解放军信息工程大学测绘学院, 2008. (Pang Zhenxing. Research on the refining methods of gravity anomaly[D]. Insti-

tute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, 2008)

6 李姗姗,等. 基于 Airy-Heiskanen 均衡模型的莫霍面反演[J]. 测绘科学, 2004,29(2):25-26. (Li Shanshan, et al. Recovering the Moho discontinuity based on the theory of Airy-Heiskanen [J]. Science of Surveying and Mapping, 2004,29(2):25-26)

7 陈欢欢. Surfer 8.0 等值线绘制中的十二种插值方法[J]. 工程地球物理学报, 2007,4(1):53-54. (Chen Huanhuan. Twelve kinds of methods of mapping with contours in surfer 8.0 [J]. Chinese Journal of Engineering Geophysics, 2007,4(1):53-54)

8 籍利平. 20'×20'网格加密重力测量的点位布设[J]. 海洋测绘, 2002,22(5):46-47. (Ji Liping. Scheme-layout of gridding gravity points with 20' [J]. Hydrographic Surveying and Charting, 2002,22(5):46-47)

9 刘晓刚,等. EGM96 与 EGM2008 地球重力场模型精度比较[J]. 海洋测绘, 2010,30(2):55-57. (Liu Xiaogang, et al. The comparison of precision between the earth gravity field model of EGM96 and EGM2008 [J]. Hydrographic Surveying and Charting, 2010,30(2):55-57)

10 李建成,等. 地球重力场逼近理论与中国 2000 似大地水准面的确定[M]. 武汉:武汉大学出版社 2003. (Li Jancheng, et al. The Earth's gravity field approximation theory and determination 2000 Chinese Quasi geoid [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2003)