

# 基于傅里叶级数的中国沿海地区 $T_m$ 模型精化研究

刘立龙<sup>1,2</sup> 万庆同<sup>1,2</sup> 周 威<sup>1,2</sup> 黄良珂<sup>1,2</sup> 黎峻宇<sup>3</sup>

1 桂林理工大学测绘与地理信息学院,桂林市雁山街 319 号,541004

2 广西空间信息与测绘重点实验室,桂林市雁山街 319 号,541004

3 武汉大学测绘学院,武汉市珞喻路 129 号,430079

**摘要:** 本文采用中国沿海地区 13 个探空站 2010~2014 年实测地表温度  $T_s$  与平均温度  $T_m$  数据,利用傅里叶级数分析法精化中国沿海地区  $T_m$  模型,并将 2015 年探空站实测  $T_m$  数据与精化模型进行对比检验。结果表明,精化模型在  $T_m$  探测方面具有更高的计算精度,其计算大气可降水量的误差概率分布趋近于正态分布,具有较强的稳定性。

**关键词:** 中国沿海地区;大气加权平均温度;傅里叶级数;非线性; $T_m$  模型精化

**中图分类号:** P228

**文献标识码:** A

大气水汽主要分布于对流层底部,在大气层的组成部分中占比仅为 0.1%~0.3%,但其不仅是大气中最活跃的部分,也是影响大气垂直稳定度的重要因素之一<sup>[1-2]</sup>。由于水汽含量与大气可降水量(PWV)具有明显的正相关性,大气水汽含量一直都是天气预报与气象学的重要研究内容<sup>[3]</sup>。地基 GPS 因其高精度、高时空分辨率、全天候、低成本等优势,目前得到普遍的应用<sup>[4]</sup>。

在利用地基 GPS 反演 PWV 的过程中,大气加权平均温度( $T_m$ )是关键参数之一。目前,国际通用的  $T_m$  值计算方法为 Bevis 模型<sup>[5]</sup>,该模型所含参数较少,实际操作较简单,但存在适用区域较小、无法应用于大区域的问题。针对该问题,国内许多学者建立了适用于中国地区的模型<sup>[6-8]</sup>。随着 GPS 气象学的快速发展,局部地区对于  $T_m$  的精度需求进一步提高,高精度的区域  $T_m$  模型成为研究热点,但大部分区域模型均采用线性方法<sup>[9-13]</sup>,在部分地区其精度仍无法满足应用需求。姚宜斌等<sup>[14]</sup>基于数学统计模型,证明了加权平均温度与地表温度之间的非线性关系;何琦敏等<sup>[15]</sup>进一步对中国区域的非线性模型的适用性进行研究,结果表明,非线性模型能较好地应用于中国大部分地区。

中国沿海地区受季风气候的影响较大,易发生强对流天气,从而导致  $T_m$  明显的非线性变化,

利用高精度  $T_m$  模型计算 PWV 值可为预防雷雨大风等自然灾害提供可靠的依据。根据 GPS 的水汽分布原理,李建国等<sup>[16]</sup>通过分析  $T_m$ - $T_s$  线性关系式,提出一种关于中国东部地区的  $T_m$  模型(简称东部区域模型),但随着时间的推移,该模型受地表气候等因素的影响,当前的探测精度已难以满足地基 GPS 遥感水汽精度的要求。因此,本文提出一种基于傅里叶级数的分析方法替代传统的线性分析,以达到精化中国东部沿海地区  $T_m$  模型的目的。

## 1 中国沿海地区 $T_m$ 精化模型的建立

### 1.1 研究区域

本文选取中国沿海地区 13 个探空站作为研究对象,提取 2010~2014 年探空站地表温度  $T_s$  数据,并通过数值积分求得  $T_m$ 。13 个探空站的分布见图 1,具体信息见表 1。

### 1.2 $T_m$ 参考值计算方法

数值积分法因精度高、易实现等优点,其结果一般被作为  $T_m$  拟真值,计算公式为:

$$T_m = \frac{\sum \frac{P_{zi}}{T_i} \Delta h_i}{\sum \frac{P_{zi}}{T_i^2} \Delta h_i} \quad (1)$$

式中,  $T_i$  为第  $i$  层的大气平均温度(单位 K),  $\Delta h_i$

收稿日期:2018-11-14

项目来源:国家自然科学基金(41704027,41664002);广西“八桂学者”岗位专项;广西自然科学基金(2017GXNSFBA198139,2017GXNSFDA198016);广西空间信息与测绘重点实验室开放基金(14-045-24-10,16-380-25-01)。

第一作者简介:刘立龙,博士,教授,博士生导师,主要研究方向为 GNSS 技术,E-mail:hn\_liulilong@163.com。

通讯作者:万庆同,硕士生,主要研究方向为 GNSS 气象学,E-mail:18326116095@163.com。

为第  $i$  层的大气厚度(单位 m),  $P_{\bar{a}}$  为第  $i$  层的大气平均水汽压(单位 hPa)。其中,  $P_{\bar{a}}$  属于非直接观测测量, 一般选用世界气象组织(WMO)建议的饱和水汽压计算公式进行计算。

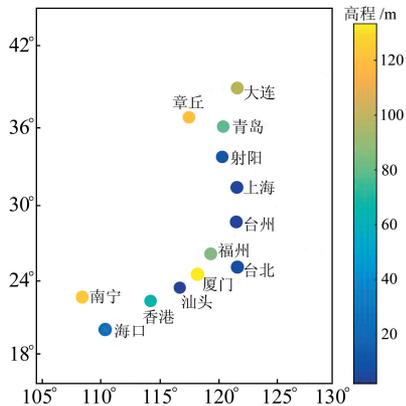


图1 中国沿海地区13个探空站分布

Fig. 1 Distribution of 13 radiosonde stations in China's coastal areas

表1 中国沿海地区13个探空站详细坐标

Tab. 1 Detailed coordinate table of 13 radiosonde stations in China's coastal areas

探空站	经度/(°)	纬度/(°)	高程/m
香港	114.16	22.31	66
大连	121.63	38.90	97
章丘	117.55	36.70	123
青岛	120.33	36.06	77
射阳	120.25	33.76	7
上海	121.46	31.40	4
台州	121.41	28.61	2
福州	119.28	26.08	85
台北	121.51	25.03	9
厦门	118.08	24.48	139
汕头	116.66	23.35	3
南宁	108.21	22.63	126
海口	110.35	20.03	24

### 1.3 $T_m$ 精化模型的建立

选用2010~2014年中国沿海地区13个探空站的数据, 分析沿海地区的水汽因素对  $T_m-T_s$  相关性的影响, 各测站对应的相关系数( $R^2$ )见表2。

表2 中国沿海13个探空站  $T_m-T_s$  相关系数

Tab. 2  $T_m-T_s$  correlation coefficient of 13 radiosonde stations in China's coastal areas

探空站	$R^2$	探空站	$R^2$
香港	0.85	福州	0.91
大连	0.94	台北	0.90
章丘	0.86	厦门	0.87
青岛	0.93	汕头	0.84
射阳	0.93	南宁	0.85
上海	0.93	海口	0.70
台州	0.92		

由表2可知, 中国沿海地区13个探空站  $T_m-T_s$  的相关系数整体处于0.7~0.94之间, 其中,

海口探空站的相关系数最低, 已脱离强相关性范围( $>0.8$ ), 因此, 线性方程并不适用于中国沿海地区的  $T_m$  模型计算, 需对该地区建立适用性更好的非线性模型。

由区域  $T_m-T_s$  变化趋势的分析可知, 傅里叶级数方程在中国沿海地区具有较好的适用性。该方程类似于多个正弦波的简谐振动集成, 形如  $A\sin(\omega t + \varphi)$ , 其中  $A$  为振幅,  $\omega$  为角频率,  $\varphi$  为初相位。一般周期为  $2l$  的周期函数  $f(x)$ , 若满足收敛定理的条件, 则可将其级数展开为:

$$f(x, y) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{n\pi x}{l} + b_n \sin \frac{n\pi x}{l} \right), x \in C \quad (2)$$

选用2010~2014年中国沿海地区均匀分布的13个探空站的  $T_m$  与  $T_s$  数据, 代入式(2)构建适用于中国沿海地区的傅里叶精化模型, 即

$$T_m = a \cos(kT_s) + b \sin(kT_s) + c \quad (3)$$

式中,  $a = 6.943$ ,  $b = -13.8$ ,  $k = 0.0571$ ,  $c = 275.7$ 。

## 2 精度分析

为验证傅里叶精化模型在中国沿海地区的计算精度, 选用偏差(bias)及均方根误差(RMS)进行精度评定。

### 2.1 中国沿海地区 $T_m$ 精度对比分析

以2010~2014年中国沿海地区13个探空站数据为数据源, 采用数值积分法计算对应的  $T_m$  值, 以此对  $T_m$  随探空站纬度变化的情况进行研究。结果表明, 中国沿海地区纬度每减少  $5^\circ$ , 每年  $T_m$  最小值相应增加约5 K, 最大值基本保持不变。为验证该模型的优越性, 分别利用傅里叶精化模型、Bevis模型、东部区域模型<sup>[16]</sup>对2010~2014年13个探空站数据进行处理, 并与数值积分计算的拟真值作对比, 结果见图2。

由图2可知, 傅里叶精化模型在香港、章丘、射阳、台州、福州、厦门、汕头、南宁和海口等9个探空站相对于Bevis模型和东部区域模型具有更好的适用性; 而在大连、青岛、上海和台北等4个探空站的精度没有明显提升。对研究区整体精度作进一步分析, 结果表明, 傅里叶精化模型在中国沿海地区整体具有较好的适用性, bias为0.04 K, RMS较Bevis模型和东部区域模型分别提高14%和15%, MAE分别提高15%和16%。

提取2015年13个探空站的实测数据, 结合傅里叶精化模型对  $T_m$  进行预报分析。利用傅里

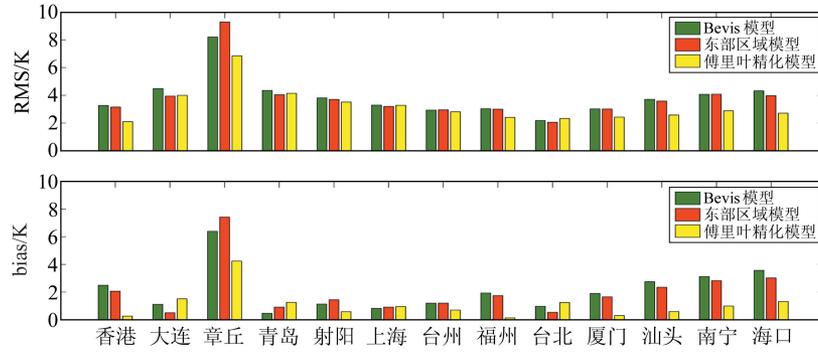


图 2 2010~2014 年中国沿海地区 13 个探空站 3 种模型精度对比  
Fig. 2 Accuracy comparison of 3 models of 13 radiosonde stations in China's coastal area

叶模型、东部区域模型及 Bevis 模型分别求解 2015 年的  $T_m$  值,并将计算结果与数值积分拟真值进行对比,具体数值按探空站纬度升序排列,结果见表 3。

表 3 2015 年中国沿海地区 7 个探空站 3 种模型偏差对比

Tab. 3 Comparison of 3 model deviations of 7 radiosonde stations in China's coastal areas in 2015

探空站	bias			RMS		
	傅里叶模型	东部区域模型	Bevis 模型	傅里叶模型	东部区域模型	Bevis 模型
海口	1.36	2.91	3.55	2.64	3.76	4.22
香港	0.37	2.08	2.58	2.08	3.08	3.33
南宁	0.94	2.69	3.08	2.66	3.84	3.95
汕头	0.36	2.07	2.53	2.20	3.07	3.31
厦门	0.59	1.35	1.66	2.31	2.68	2.75
台北	0.95	0.48	1.10	2.39	2.24	2.51
福州	0.25	1.63	1.86	2.39	3.06	3.10
台州	0.97	0.96	1.00	2.81	2.79	2.82
上海	0.88	0.97	1.02	3.17	3.12	3.17
射阳	0.80	1.27	1.00	3.26	3.41	3.43
青岛	1.20	0.86	0.87	3.57	3.51	3.69
章丘	0.21	0.17	0.14	3.81	3.41	3.51
大连	0.88	0.71	1.22	4.15	3.79	4.14

由表 3 可知,在以 2015 年探空站数据为数据源的预报检验中,傅里叶精细化模型在大部分地区较另外 2 种模型仍具有更好的适用性,其整体 bias 分别提高了 67%(东部区域模型)和 71%(Bevis 模型);RMS 分别提高了 23%(东部区域模型)和 27%(Bevis 模型),且在低纬度地区的改善程度较高纬度地区更为明显,可作为新的高精度区域精细化模型应用于中国沿海地区的 GNSS 气象学中。但考虑到中国沿海少部分地区因其特殊的地理位置及工业污染对  $T_m$  的影响,傅里叶精细化模型在该地区的精度仍有待结合更多因素建模以进一步提高。

### 2.2 中国沿海地区计算 PWV 精度分析

大气可降水量(PWV)与对流层天顶湿延迟(ZWD)的基本关系为:

$$\begin{cases} PWV = K \cdot ZWD \\ K = \frac{10^6}{\rho_w R_v \left[ \left( \frac{K_2}{T_m} \right) + K'_1 \right]} \end{cases} \quad (4)$$

式中, $K$  为转换系数, $T_m$  为加权平均温度, $\rho_w$  为水密度常数, $R_v$  为水汽气体常数, $K'_1$ 、 $K_2$  为大气折射常数。 $T_m$  为式中计算 PWV 的唯一变量。

通过 GNSS 观测值可计算获取 ZWD 值,另外可结合探空资料和大气再分析资料,利用数值积分法计算 ZWD 值,数值积分公式为<sup>[2]</sup>:

$$\begin{cases} ZWD = 10^{-6} \int_h^\infty N_\omega dh = 10^{-6} \sum_i N_\omega \Delta h_i \\ N_\omega = k'_2 \frac{e}{T} + k_3 \frac{e}{T^2} \end{cases} \quad (5)$$

式中, $N_\omega$  为湿折射率, $i$  为从地表到目标层的层数, $h$  为每层高度, $T$  为分层温度, $e$  为水汽压, $k'_2$  与  $k_3$  均为常数,其值分别为 16.52 K/hPa 和 377 600 K<sup>2</sup>/hPa。

鉴于中国沿海地区的探空站数量有限,难以全面获取该地区的 PWV 数据,因而选取中国沿海地区 13 个探空站提供的 2015 年 PWV 数据作为参考样本,将利用傅里叶精细化模型求得的  $T_m$  值代入式(4)中获得对应转换系数  $K$ ,再结合积分计算的 ZWD 值,最终得到对应 PWV 的模型计算值。将其与探空站提供的参考样本作对比,偏差概率分布见图 3。

由图 3 可知,傅里叶精细化模型在中国沿海地区计算的 PWV 整体上具有较高的精度,其 bias 均在 0.7 mm 以内,较高纬度地区相对于较低纬度地区具有更高的精度。因此,傅里叶精细化模型可作为获取中国沿海地区 PWV 的高精度模型服务于 GNSS 气象学研究中。

为增强傅里叶精细化模型在 PWV 探测方面的应用,结合上述 3 种  $T_m$  模型计算中国沿海地区的 PWV 值并进行精度对比,3 种模型计算结果的偏差分布见图 4。

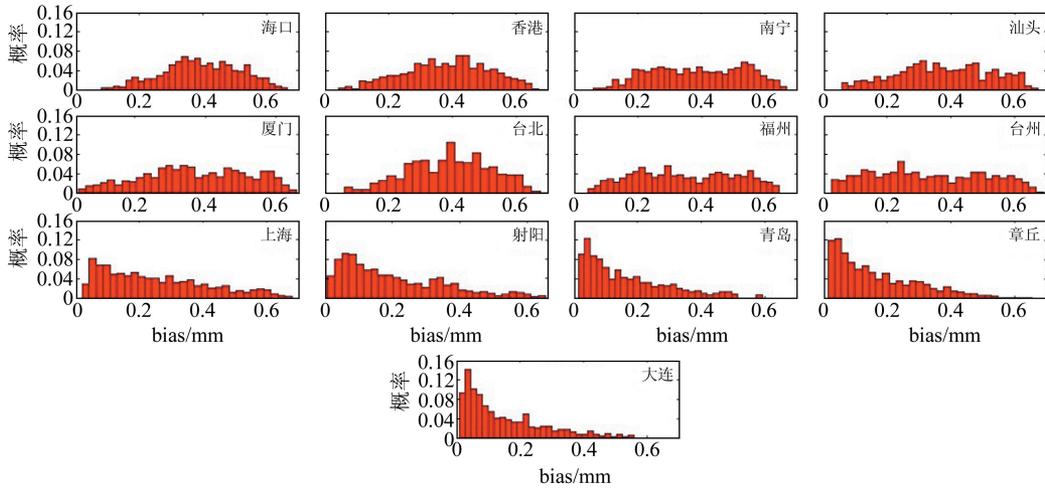


图3 傅里叶模型 2015 年计算 13 个探空站 PWV 偏差分布

Fig. 3 Fourier model calculate PWV bias distribution maps of 13 radiosonde stations in 2015

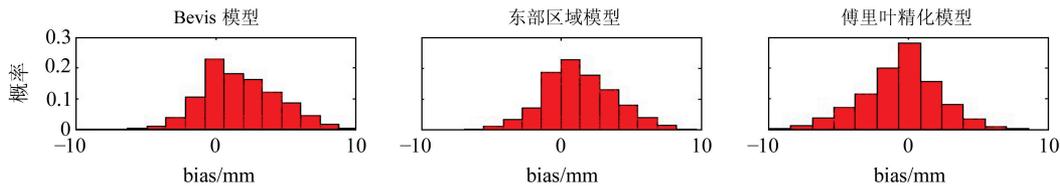


图4 3 种模型计算 PWV 的偏差分析

Fig. 4 The bias analysis of calculate PWV of 3 models

由图 4 可知,相比于 Bevis 模型和东部区域模型,傅里叶精细化模型计算的 PWV 的偏差概率分布具有集中性和高精度的特点,且整体更接近于标准正态分布,数据处理结果的稳定性较好。数据统计结果表明,在 2015 年内通过傅里叶精细化模型计算 PWV 的偏差累计为 0.49 mm,其精度较 Bevis 模型提高了 70%,较东部区域模型提高了 59%。由此可见,相对于另外 2 种模型,傅里叶精细化模型计算的 PWV 具有更高的精度。

### 3 结 语

1) 本文利用中国沿海地区 13 个探空站 2010~2014 年的地表温度  $T_s$  和平均温度  $T_m$  数据,采用傅里叶级数分析法,精细化了中国沿海地区的大气加权平均温度  $T_m$  模型,结果较原始数据偏差为 0.04 K,均方根误差为 3.51 K。

2) 对 2015 年中国沿海地区均匀分布的 13 个探空站进行预报检核,傅里叶精细化模型在计算  $T_m$  和 PWV 的精度方面均优于 Bevis 模型与东部地区模型,傅里叶精细化模型可作为一种新的区域模型更好地服务于中国沿海地区的大气加权平均温度的研究中。

3) 本文研究的中国沿海地区的纬度跨越较大,考虑大气加权平均温度的变化幅度与纬度的高低呈正比关系,在少数小范围地区傅里叶模型

的精度略显不足,有待加入纬度等因素进行进一步研究。

### 参考文献

- [1] Askne J, Nordius H. Estimation of Tropospheric Delay for Microwaves from Surface Weather Data[J]. Radio Science, 2016, 22(3): 379-386
- [2] 姚宜斌,郭健健,张豹,等. 湿延迟与可降水量转换系数的全球经验模型[J]. 武汉大学学报:信息科学版,2016,41(1):45-51(Yao Yibin, Guo Jianjian, Zhang Bao, et al. A Global Empirical Model of the Conversion Factor between Zenith Wet Delay and Precipitable Water Vapor[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2016, 41(1): 45-51)
- [3] 于胜杰,柳林涛. 水汽加权平均温度回归公式的验证与分析[J]. 武汉大学学报:信息科学版,2009,34(6):741-744(Yu Shengjie, Liu Lintao. Validation and Analysis of the Water-Vapor-Weighted Mean Temperature from  $T_m-T_r$  Relationship[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2009, 34(6):741-744)
- [4] 姚宜斌,张顺,孔建. GNSS 空间环境学研究进展和展望[J]. 测绘学报,2017,46(10):1 408-1 420(Yao Yibin, Zhang Shun, Kong Jian. Research Progress and Prospect of GNSS Space Environment Science[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Science, 2017, 46(10): 1 408-1 420)
- [5] Bevis M, Businger S, Herring T A, et al. GPS Meteorology: Remote Sensing of Atmospheric Water Vapor Using the Global Positioning System[J]. Journal of Geophysical Research Atmospheres, 1992, 97(D14): 15 787-15 801
- [6] 黄良珂,刘立龙,文鸿雁,等. 亚洲地区 EGNOS 天顶对流层延

- 迟模型单站修正与精度分析[J]. 测绘学报, 2014, 43(8): 808-817 (Huang Liangke, Liu Lilong, Wen Hongyan, et al. Single-site Improvement and Accuracy Analysis for Zenith Tropospheric Delay of EGNOS Model over Asia[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Science, 2014, 43(8): 808-817)
- [7] 龚绍琦. 中国区域大气加权平均温度的时空变化及模型[J]. 应用气象学报, 2013, 24(3): 332-341 (Gong Shaoqi. The Spatial and Temporal Variations of Weighted Mean Atmospheric Temperature and Its Models in China[J]. Journal of Applied Meteorological Science, 2013, 24(3): 332-341)
- [8] 王晓英, 戴仔强, 曹云昌, 等. 中国地区地基 GPS 加权平均温度  $T_m$  统计分析[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2011, 36(4): 412-416 (Wang Xiaoying, Dai Zaiqiang, Cao Yunchang, et al. Weighted Mean Temperature  $T_m$  Statistical Analysis in Ground-Based GPS in China[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2011, 36(4): 412-416)
- [9] 吕弋培, 殷海涛, 黄丁发, 等. 成都地区大气平均温度建模及其在 GPS/PWV 计算中的应用研究[J]. 测绘科学, 2008, 33(4): 103-105 (Lü Yipei, Yin Haitao, Huang Dingfa, et al. Modeling of Weighted Mean Atmospheric Temperature and Application in GPS/PWV of Chengdu Region[J]. Science of Surveying and Mapping, 2008, 33(4): 103-105)
- [10] 常亮, 何秀凤. 综合 GPS 和 NCEP 在区域降雨预报中的应用研究[J]. 中国科学: 物理学力学天文学, 2010, 40(5): 685-692 (Chang Liang, He Xiufeng. Regional Precipitation Forecast Using GPS and NCEP[J]. Scientia Sinica Physica, Mechanica and Astronomica, 2010, 40(5): 685-692)
- [11] 谢劲峰, 黎峻宇, 刘立龙, 等. 新疆地区 GGOS Atmosphere 加权平均温度的精化[J]. 大地测量与地球动力学, 2017, 37(5): 472-477 (Xie Shaofeng, Li Junyu, Liu Lilong, et al. Refinement of GGOS Atmosphere Weighted Mean Temperature in Xinjiang[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2017, 37(5): 472-477)
- [12] 李黎, 樊奕茜, 王亮, 等. 湖南地区加权平均温度的影响因素分析及建模[J]. 大地测量与地球动力学, 2018, 38(1): 48-52 (Li Li, Fan Yiqian, Wang Liang, et al. Influence Analysis of Multi-Factor on Weighted Average Temperature and Its Modeling in Hunan Region[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2018, 38(1): 48-52)
- [13] 李黎, 田莹, 谢威, 等. 基于探空资料的湖南地区加权平均温度本地化模型研究[J]. 大地测量与地球动力学, 2017, 37(3): 282-286 (Li Li, Tian Ying, Xie Wei, et al. Analysis of Influence from Antenna Phase Center Corrections of GPS and BDS on Baseline Results[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2017, 37(3): 282-286)
- [14] 姚宜斌, 刘劲宏, 张豹, 等. 地表温度与加权平均温度的非线性关系[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2015, 40(1): 112-116 (Yao Yibin, Liu Jinhong, Zhang Bao, et al. Nonlinear Relationships between the Surface Temperature and the Weighted Mean Temperature[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2015, 40(1): 112-116)
- [15] 何琦敏, 张克非. 加权平均温度的非线性回归研究[C]. 第九届中国卫星导航学术年会, 哈尔滨, 2018 (He Qimin, Zhang Kefei. An Investigation over Nonlinear Regression of Weighted Mean Temperature[C]. The 9th China Satellite Navigation Conference, Harbin, 2018)
- [16] 李建国, 毛节泰, 李成才, 等. 使用全球定位系统遥感水汽分布原理和中国东部地区加权“平均温度”的回归分析[J]. 气象学报, 1999, 57(3): 283-292 (Li Jianguo, Mao Jietai, Li Chengcai. The Approach to Remote Sensing of Water Vapor Based on GPS Linear Regression  $T_m$  in Eastern Region of China[J]. Acta Meteorologica Sinica, 1999, 57(3): 283-292)

## Research on Refinement of $T_m$ Model in China's Coastal Area Based on Fourier Series

LIU Lilong<sup>1,2</sup> WAN Qingtong<sup>1,2</sup> ZHOU Wei<sup>1,2</sup> HUANG Liangke<sup>1,2</sup> LI Junyu<sup>3</sup>

1 College of Geomatics and Geoinformation, Guilin University of Technology, 319 Yanshan Street, Guilin 541004, China

2 Guangxi Key Laboratory of Spatial Information and Geomatics, 319 Yanshan Street, Guilin 541004, China

3 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China

**Abstract:** This paper uses the  $T_s$  and  $T_m$  data of 13 stations in China's coastal areas from 2010 to 2014 to improve the  $T_m$  model of China's coastal areas through Fourier series analysis. The  $T_m$  data of the 2015 radiosonde station are used to test the new model. The results show that, by comparison with the higher calculation accuracy, the error probability distribution of the precipitable water vapor is close to the normal distribution and has strong stability.

**Key words:** China's coastal area; atmospheric weighted average temperature; Fourier series; non-linear;  $T_m$  model refinement

**Foundation support:** National Natural Science Foundation of China, No. 41704027, 41664002; Guangxi Bagui Scholar Special Fund of Post and Innovation; Natural Science Foundation of Guangxi Province, No. 2017GXNSFBA198139, 2017GXNSFDA198016; Open Fund of Guangxi Key Laboratory of Spatial Information and Geomatics, No. 14-045-24-10, 16-380-25-01.

**About the first author:** LIU Lilong, PhD, professor, PhD supervisor, majors in GNSS technology, E-mail: hn\_liulilong@163.com.

**Corresponding author:** WAN Qingtong, postgraduate, majors in GNSS meteorology, E-mail: 18326116095@163.com.